

ANÁLISE DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

GT 02 – Educação Matemática no Ensino Médio e Ensino Superior

Msc. Acylena Coelho Costa – UEPA – acylena@uepa.br
Ana Priscila Borges Bermejo – UEPA – anapriscilabb@hotmail.com
Mônica Suelen Ferreira de Moraes – UEPA – monicasuelen@yahoo.com.br

Resumo: O presente artigo, a partir de uma pesquisa feita com professores e alunos de Matemática, do Ensino Médio de uma escola da rede pública e outra da rede particular de ensino, verifica como tem ocorrido o ensino da Geometria Espacial, fazendo um paralelo entre as redes de ensino citadas, observando as dificuldades da visualização e representação geométrica, bem como a formação dos conceitos geométricos. Esta pesquisa foi realizada por meio de questões semi-abertas, que objetiva verificar se o ensino da geometria esta de acordo com que é proposto pelos PCN's. Os resultados obtidos indicam que as dificuldades encontradas, nas duas escolas investigadas, tanto na federal quanto na particular, referem-se a obstáculos na representação geométrica, quanto à manipulação da relação de Euler e na identificação de elementos das figuras espaciais dentre outros. É válido ainda ressaltar as dificuldades conceituais que foram observadas ao longo da resolução do questionário.

Palavras-chave: Ensino médio, Geometria Espacial, Processo ensino e aprendizagem.

Introdução

A Geometria Espacial é trabalhada, atualmente, desvinculada dos conceitos de Geometria Plana, visto que os professores pressupõem o domínio deste conteúdo pelos alunos. No entanto, deve haver relação entre os conteúdos já vistos e o proposto (MORACO, 2006).

O estudo de Geometria Espacial é de suma importância para o desenvolvimento da capacidade de abstração, resolução de problemas práticos do cotidiano, estimar e comparar resultados, reconhecer propriedades das formas geométricas (BRASIL, 2006).

Precisamos analisar como os alunos têm percebido e explorado os conceitos geométricos espaciais quanto à abstração e a realidade; e como eles estabelecem a relação entre conceitos e fórmulas estudadas em Geometria Espacial. Precisamos, ainda, analisar a percepção do professor quanto à aprendizagem e quando a avaliação dos seus procedimentos metodológicos.

Observando as dificuldades no ensino de Geometria espacial e a sua relevância, optou-se por realizar uma pesquisa, dentre os professores e alunos do Ensino Médio de matemática da rede pública e particular de ensino, com o objetivo de analisar as concepções que os professores têm sobre o ensino de Geometria Espacial e a forma como os alunos têm

compreendido a mesma. Essa verificação deu-se por meio de questões semi-abertas, totalizando 8 questões que foram aplicadas a 35 alunos e 2 professores, contendo questões específicas para ambos.

Referencial Teórico

Um dos objetivos da aprendizagem da geometria é o desenvolvimento da percepção, conforme verificado por Crowley (1994) e Hoffer (1981), um indivíduo que consegue compreender as condições necessárias e suficientes para afirmar algo, é capaz de construir demonstrações e fazer suas distinções, como usar o postulado LAL (lado, ângulo, lado) para provar afirmações sobre os triângulos, todavia poderá não entender por que é necessário postular a condição LAL.

Segundo as Orientações Curriculares para o ensino Médio (2006):

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2006, p.75)

Contudo ao nos depararmos com a realidade em sala de aula, no ensino de Geometria Espacial, observamos que os discentes estão presos a fórmulas e em sua maioria não conseguem relacionar conceitos, identificar os elementos do sólido ou ainda Estabelecer relação entre dois sólidos, isto se deve muitas vezes a deficiências de conceitos básicos da Geometria Plana e também as dificuldades conceituais dos próprios professores em conceitos básicos da Geometria Plana e mesmo da Geometria Espacial. Nasser (1992), Oliveira (1998), Pirola (1995), Viana (2000), verificaram que as dificuldades de os alunos reconhecerem as figuras geométricas (planas e tridimensionais) mais simples refletem as conseqüências desse abandono. Esses autores têm chamado a atenção sobre essa negligência, propondo formas de aperfeiçoar esse ensino. O que ocorre muitas vezes é que a geometria é trabalhada separadamente da matemática e muitas vezes por profissionais da área. Krutetsky (1976) ressalta que todos os sujeitos normais podem com mais ou menos dificuldade, aprender a Matemática escolar. Com isso podem aprender a Geometria do Ensino Médio, mas não se pode generalizar e exigir que todos os alunos desenvolvam a habilidade espacial a mesma forma e no mesmo período de tempo.

Segundo Viana (2000), uma maneira de verificar o nível de formação dos conceitos de um indivíduo é analisar a linguagem utilizada para descrever essas propriedades, assim como os procedimentos e as atitudes, os conceitos são de fundamental importância na aprendizagem da Geometria. Klausmeier (1977) também afirma que ao tratar da formação de conceitos, estes tanto podem ser entendidos como entidades públicas ou como construtos mentais.

Utilizando a classificação de Vygotsky (2001) pode-se dizer que os conceitos geométricos fazem parte da segunda categoria (conceito formal), pois são frutos de instrução específica feita pela escola, na forma de um sistema de idéias inter-relacionadas. Diferem, portanto, dos conceitos cotidianos ou espontâneos, que podem ser adquiridos fora do contexto escolar. Os conceitos cotidianos dizem respeito às relações da palavra com os objetos a que se referem, já os científicos, às relações das palavras com outras palavras, pois não há como compreender tais conceitos sem ligá-los a outros. É importante comentar que os professores muitas vezes não têm feito a relação da realidade cotidiana com o conceito formal.

Além disso, ressaltam os pesquisadores (PIRES, 2000; PONTE, 2003), que os professores precisam ter a consciência de que a aquisição de conceitos geométricos deve ocorrer mediante a realização de atividades que envolvam os alunos na observação e na comparação de figuras geométricas a partir de diferentes atributos.

Porém, normalmente o professor, ao ensinar Geometria, não se preocupa “[...] em trabalhar as relações existentes entre as figuras, fato esse que não auxilia o aluno a progredir para um nível superior de compreensão de conceitos” (PAVANELLO, 2001, p. 183).

Moraco e Pirola (2005) fizeram um trabalho com o objetivo de caracterizar como alunos do Ensino Médio percebem a linguagem geométrica e suas propriedades no ensino de Geometria em Matemática. Esse estudo foi baseado nos níveis de Van Hiele (reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor) e verificou-se que o ensino de Matemática deve proporcionar aos alunos o desenvolvimento de algumas habilidades, entre elas, a capacidade de resolver problemas que envolvam conceitos geométricos.

Para Hoffer (1981) as deficiências relacionadas à geometria são decorrentes de alguns fatores:

- 1- Ausência de trabalho com a Geometria de posição;
- 2- Ausência de trabalho com o Desenho Geométrico;
- 3- Desvalorização, por parte de muitos professores, das representações bidimensionais e tridimensionais de figuras geométricas, com a valorização da aprendizagem mecânica de conceitos e princípios geométricos;

4- Ausência de trabalho com a Geometria Espacial Métrica, em que os alunos são levados ao estudo dos poliedros e corpos redondos e têm a possibilidade de fazer suas representações planas.

5- Ausência, na maioria das escolas, de um trabalho com a percepção, que segundo Sternberg (2000) auxilia na representação mental dos objetos.

Os autores supracitados servirão de apoio teórico para essa pesquisa subsidiando as análises dos resultados encontrados a partir da aplicação do instrumento de coleta de dados.

Procedimentos Metodológicos

Para tal pesquisa, foram proposto dois questionários, um para os professores e outro para os alunos, contendo cada 8 questões, sendo cinco de cunho matemático e três, didático-metodológico. Participaram da pesquisa duas turmas de Ensino Médio. Sendo uma da rede pública, 4º ano (nível técnico) de uma escola Federal, e outra da rede particular, 3º ano.

As questões¹ aplicadas aos alunos têm como objetivos, verificar se os alunos identificam os elementos de um sólido, as formas geométricas, associam a nomenclatura às figuras e aos sólidos geométricos. Como também verificar a aplicação das fórmulas (volume, área total, área lateral, diagonal) relacionada aos sólidos em cada problema.

Quanto às questões² aplicadas aos professores objetivamos identificar os procedimentos metodológicos utilizados por estes, a visão do professor quanto à aprendizagem do aluno; e ressaltar a percepção do professor quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos nos problemas propostos.

Análise e Discussão dos Resultados

Podemos elencar que algumas vezes a Geometria Espacial é trabalhada separadamente da matemática, o que leva o aluno a não desenvolver habilidades como, noção espacial, raciocínio dedutivo e representação geométrica (KRUTETSKY, 1976).

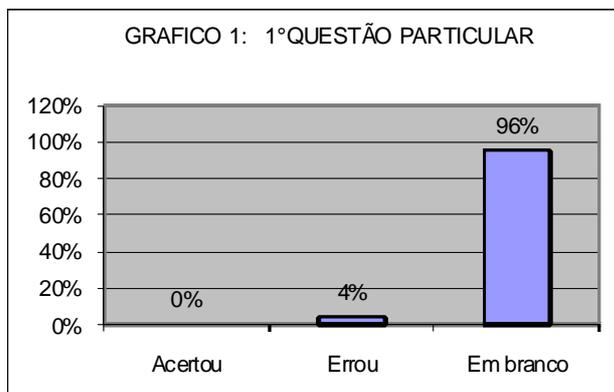
Para verificarmos o que foi supracitado, foram elaborados questionários em busca de como está sendo ensinada a Geometria Espacial e de como as habilidades estão sendo desenvolvidas.

Quanto à 1ª questão direcionadas aos alunos esperava-se que eles tivessem a habilidade de identificar os elementos do sólido proposto para se aplicar a relação de Euler. Outra forma de resolução da questão seria representando o poliedro.

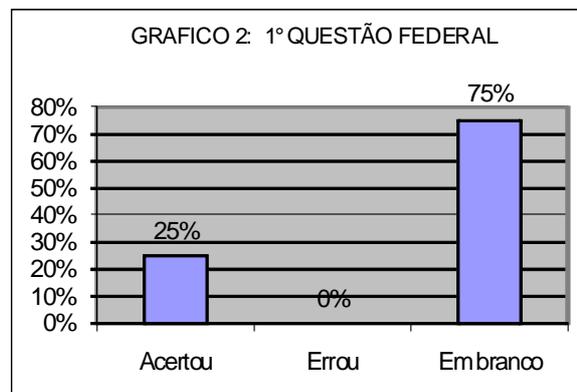
¹ Anexo 1: Questionário do aluno

² Anexo 2: Questionário do professor

No entanto, ao observarmos os gráficos da 1ª Questão, percebemos um baixo desempenho, pois no Gráfico 1 houve uma frustrante tentativa de resolução correspondente a 4%, e no segundo gráfico apenas 25% alunos acertaram a questão, sendo estes da escola pública.



Fonte: Questionário Aplicado



Fonte: Questionário Aplicado

Estas resoluções se deram por meio da representação do sólido, não utilizando a relação de Euler, como mostra o exemplo abaixo:



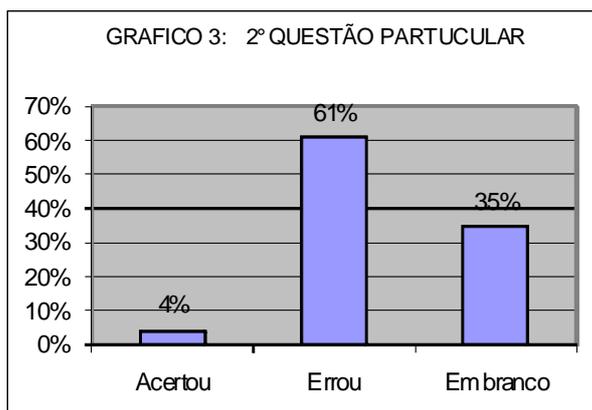
Fonte: Questionário Aplicado

Figura 1: Resposta do aluno

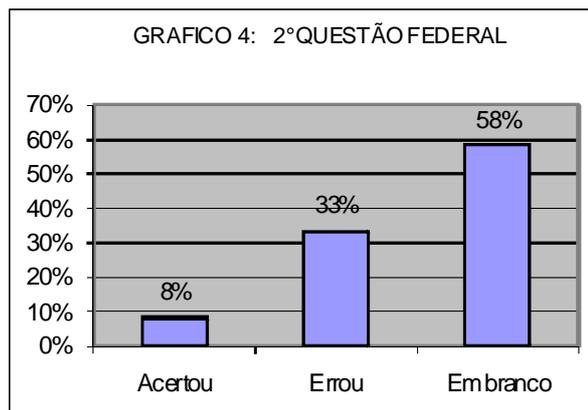
Moraco e Pirola (2005) constatarem como alunos do Ensino Médio percebem a linguagem geométrica e suas propriedades no ensino de Geometria, sendo este fator de fundamental importância na resolução desta questão.

Na questão 2 esperava-se que os alunos reconhecessem a representação do sólido e de seus elementos para então utilizar a fórmula da diagonal do cubo. De acordo com os PCN's, considera-se importante que o aluno consiga perceber os processos que levam ao estabelecimento das fórmulas quanto ao trabalho com comprimentos, áreas e volumes.

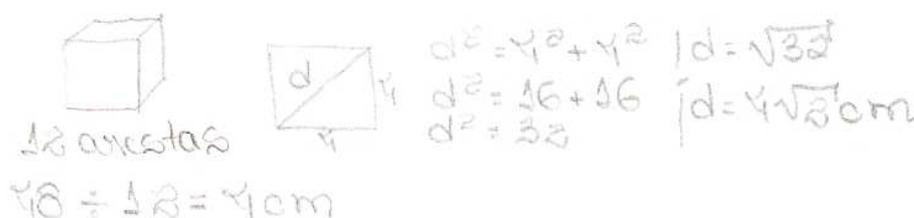
Entretanto, de acordo com o Gráfico 3 apenas 4% obtiveram êxito na resolução da questão, utilizando para isso apenas a fórmula; dos 61% que erraram foi por uso indevido de fórmula, como exemplo, verificamos na figura 2, que o aluno(a) conseguiu representar o sólido e identificar a diagonal do cubo, porém utilizou a fórmula da diagonal do quadrado para encontrar a diagonal do cubo, e ainda soube encontrar a aresta.



Fonte: Questionário Aplicado



Fonte: Questionário Aplicado

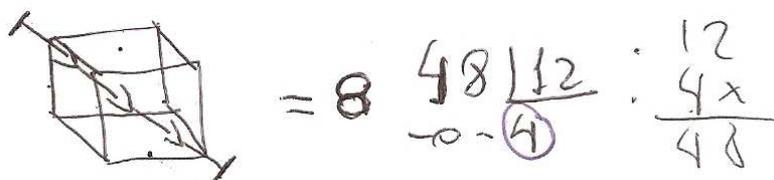


Fonte: Questionário Aplicado

Figura 2: Resposta do aluno

A escolha equivocada da fórmula se deve muitas vezes a deficiências de conceitos básicos da Geometria Plana e também as dificuldades conceituais, como ressaltam Nasser (1992), Oliveira (1998), Pirola (1995), Viana (2000).

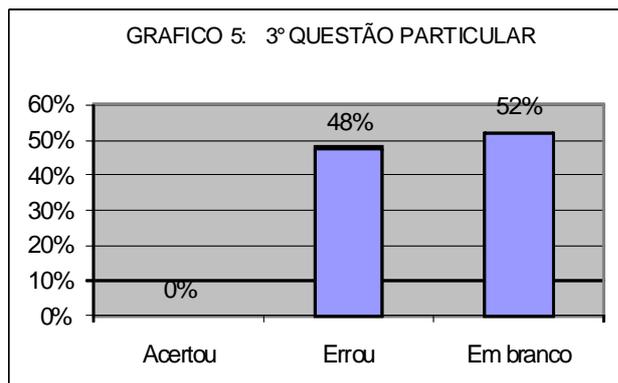
No gráfico 4, os 8% de acertos assim como os da escola particular, se deram através do uso de fórmulas e os erros correspondentes a 33% também ocorreram pelo uso indevido das fórmulas, exceto por um dos alunos que não representou a diagonal do cubo no próprio sólido desenhado, como ilustra a figura 3.



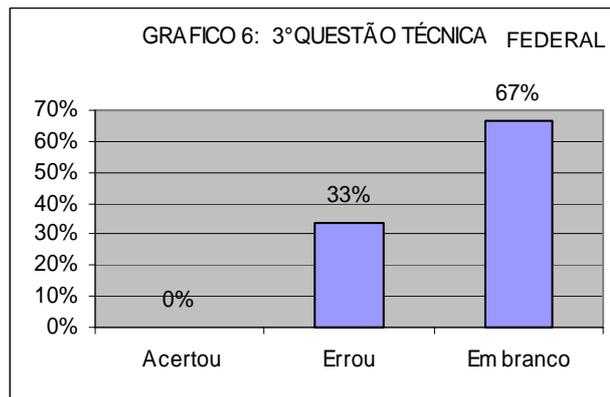
Fonte: Questionário Aplicado

Figura 3: Resposta do aluno

Nas questões 3 e 4, espera-se que os alunos tivessem a capacidade de identificar o sólido e seus elementos, bem como as fórmulas do volume da pirâmide e do cone, respectivamente. O estudo de volumes de sólidos, como pirâmide e cone, permite ao aluno compreender o significado das fórmulas (PCN, 2006).



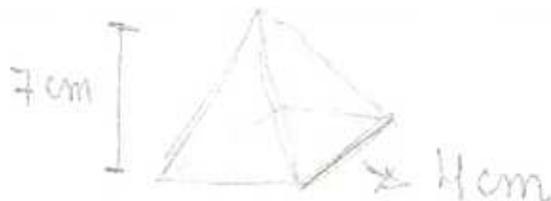
Fonte: Questionário Aplicado



Fonte: Questionário Aplicado

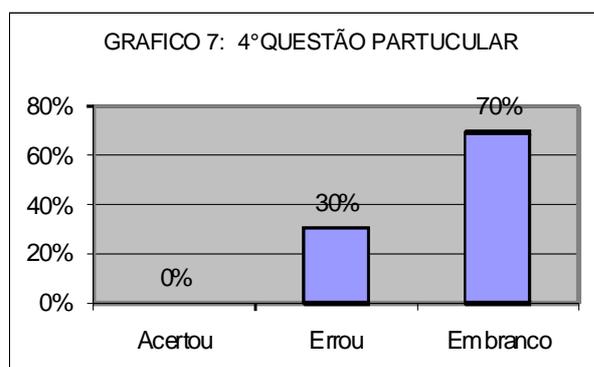
Nos gráficos 5 e 6, referente a questão 3, observamos que não houve acerto em ambas as escolas. 48% dos erros são do UNAMEA e 33% do CEFET acarretado pelo mau uso da fórmula, pois é utilizada a fórmula do volume do paralelepípedo ao invés da pirâmide.

Percebemos também que os alunos representaram o sólido de forma correta, como ilustra a figura 4:

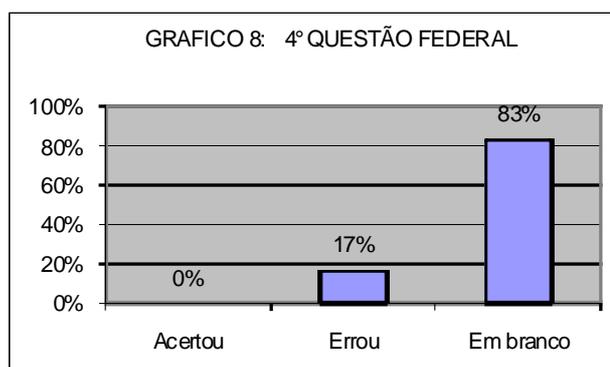


Fonte: Questionário Aplicado Figura 4: Resposta do aluno

Através dos gráficos 7 e 8, verificamos que assim como na questão anterior, não souberam utilizar corretamente a fórmula necessária. Visto que a maioria dos alunos deixou em branco esta questão, podemos concluir que o trabalho realizado em sala, não propicia o desenvolvimento da capacidade de reconhecimento dos elementos dos sólidos relacionado com as fórmulas.



Fonte: Questionário Aplicado

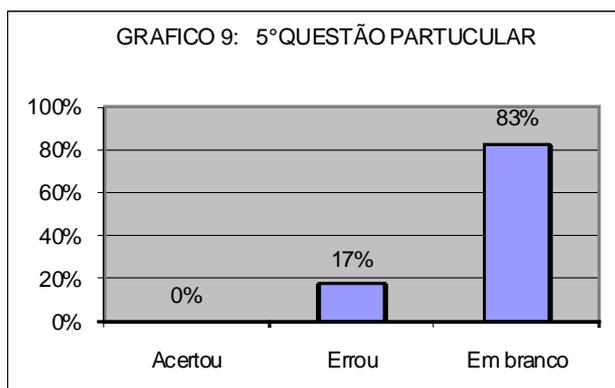


Fonte: Questionário Aplicado

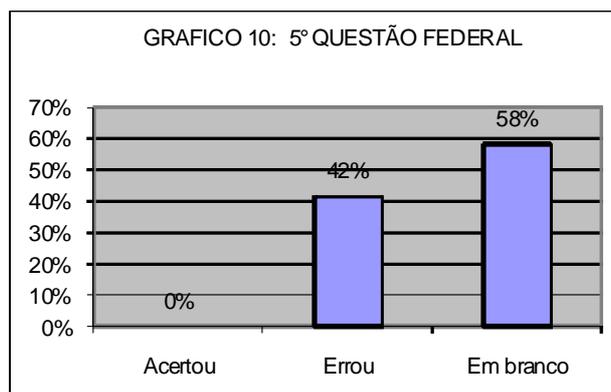
Na 5ª questão, esperava-se que os alunos interpretassem a questão, sabendo que são necessárias as fórmulas dos volumes do paralelepípedo e do cilindro, bem como saber que para se utilizar menos material é necessário usar a fórmula da área da superfície do sólido.

No trabalho com as áreas das superfícies de sólidos, é importante recuperar os procedimentos para determinar a medida da área de alguns polígonos, facilitando a compreensão das áreas das superfícies de prismas e pirâmides. As expressões que permitem determinar a medida da área das superfícies do cilindro e do cone podem ser estabelecidas facilmente a partir de suas planificações (BRASIL, 2006).

Como nos mostra os gráficos 9 e 10, não houve nenhum acerto, sendo que os erros ocorreram se deram por não saber utilizar as fórmulas do volume dos sólidos da questão, principalmente do cilindro.



Fonte: Questionário Aplicado



Fonte: Questionário Aplicado

No entanto, podemos perceber que alguns alunos souberam analisar somente o paralelepípedo, como mostra a figura 5:

$$A = 4 \cdot (30 \cdot 20) + 2 \cdot (20 \cdot 20)$$

$$A = 4 \cdot 600 + 2 \cdot 400$$

$$A = 2400 + 800$$

$$A = 3200 \text{ cm}^2$$

$$V = H \cdot A_D$$

$$V = 30 \cdot (20 \cdot 20)$$

$$V = 30 \cdot 400$$

$$V = 12000 \text{ cm}^3$$

Fonte: Questionário Aplicado

Figura 4: Resposta do aluno

Como afirma Crowley (1994) e Hoffer (1981), um indivíduo consegue compreender as condições necessárias e suficientes para afirmar algo através da aprendizagem de geometria, como é requerido na 5ª questão.

Das três questões de caráter didático-metodológico contidas no questionário buscamos identificar algumas das dificuldades apresentadas pelos alunos e de que forma os conteúdos foram apresentados.

A maioria dos alunos consultados alega que encontram dificuldades em utilizar (e lembrar) as fórmulas, e também em reconhecer os sólidos. Diante da tentativa de resolução das situações propostas, identificamos não apenas o “mau” uso de fórmulas, mas ainda que alguns alunos não conseguem identificar os entes geométricos, e quando identificam e representam o sólido geometricamente, não conseguem associá-lo a fórmula, tão pouco estabelecer relações entre dois sólidos.

Verificamos que o conteúdo abordado fora ensinado na maioria dos casos da seguinte forma, Definição/exemplo/exercício. Apenas 14% afirma que seu professor ensinou através de Resolução de problemas/ exercícios/significado de fórmulas.

Ao questionarmos a respeito de aplicações da Geometria Espacial no cotidiano do aluno, nos deparamos com uma intrigante situação: um aluno nos perguntou em que “isso” o servia, se realmente havia alguma aplicação. Os demais enumeraram alguns exemplos, a principal aplicação citada foi a capacidade de uma caixa d’água, e também o terreno de uma fazenda. Os conceitos são de fundamental importância na aprendizagem da Geometria, se estes são assimilados corretamente, o indivíduo consegue relacionar a teoria à aplicação (VIANA, 2000).

Os questionários direcionados aos professores, não nos propicia analisar as dificuldades inerentes aos alunos, pois houve uma falha na interpretação do mesmo. O objetivo do questionário é de que o professor explicita as dificuldades de seus alunos em cada questão, no entanto, foi colocada a facilidade que o professor tem em resolver a questão.

Considerações Finais

A finalidade dessa pesquisa é de verificar se o ensino da geometria está de acordo com que é proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacional (2006), salientando as dificuldades apresentadas pelos alunos e professores em questão.

Constatamos, por meio desta pesquisa, que o ensino de Geometria Espacial não está se dando de forma satisfatória, nas escolas pesquisadas, o que confirma os trabalhos de Nasser (1992), Oliveira (1998), Pirola (1995), Viana (2000). As principais dificuldades encontradas

foram à linguagem, representação do sólido e seus elementos, o uso de fórmulas e relacionar sólidos.

Hoffer (1981) aponta as principais deficiências relacionadas à geometria como a “Ausência de trabalho com a Geometria de posição” e o “Desenho Geométrico, Ausência de Representação Bi e Tridimensional, entre outras”. Recomendados para solucionar tais deficiências, trabalhos que desenvolvam o raciocínio, a capacidade de abstração, resolução de problemas práticos do cotidiano. Como por exemplo, o uso de softwares para representação dos sólidos e percepção das propriedades existente neles; o uso de materiais concretos, propondo a manipulação direta do aluno na construção dos sólidos.

Referências

BRASIL. Ministério da educação e cultura. Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006, p. 75, 76.

HOFFER, A. Geometry is more than proof. Mathematics teacher. January, 1981, p. 74.

KRUTETSKY, V. A. The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. Chicago, IL: University of Chicago Press, 1976.

MORACO, A. S. C. T. & PIROLA, N. A. Uma análise da linguagem geométrica no ensino de matemática. Associação brasileira pesquisa em educação para ciências. Atas do EMPEC n. 5. 2005, p. 263.

PIROLA, N. A. QUINTILIANO, L.C. PRONÇA, M.C. Estudo sobre o desempenho de alunos no ensino médio em tarefas envolvendo conceitos de polígonos e poliedros. In: Seminário internacional de pesquisa em educação matemática. São Paulo: SBEM, 2003.

STERNBERG, R. J. Psicologias Cognitivas, Editoras Artmed, Porto Alegre: percepção, 2000.

VAN HIELE. structure and insight. A theory of mathematics. Education, Orlando: Academic press, 1986.

VIANA, O. A. O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceitos. Dissertação de Mestrado. UNICAMP, 2000.

VIANA, O. A. & BRITO, M. R. F. Os conceitos espontâneos e científicos: uma análise da linguagem utilizada por futuros professores para descrever figuras espaciais. 2005.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. A construção do pensamento e da linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 2001.