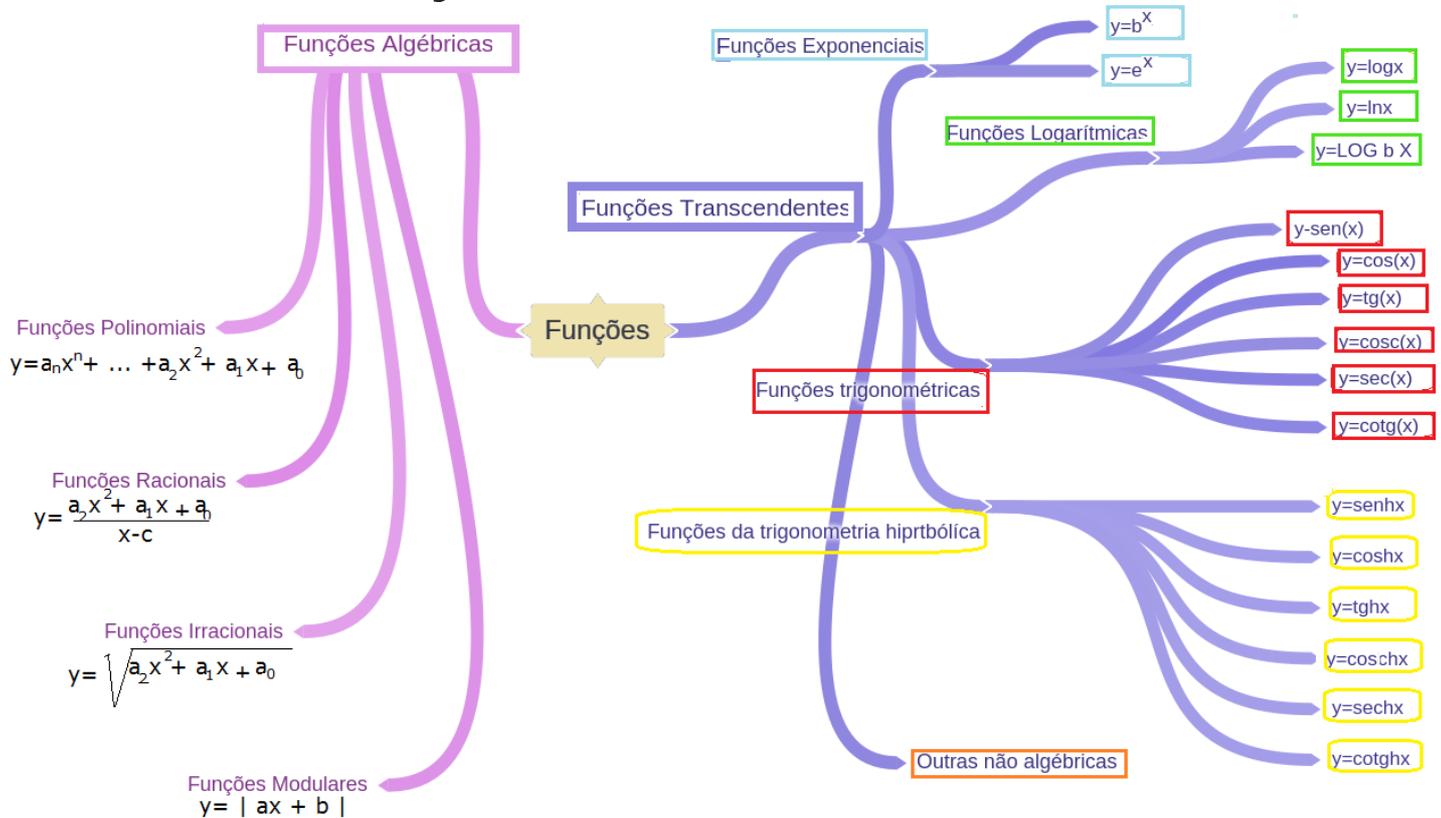


[Abrir PDF](#)
[Abrir PDF](#)

## Unidade 4 – Funções na matemática



### 4. Funções Algébricas e Transcendentes

#### 4.1 Definição e representação

Uma função matemática define uma relação de dependência duas quantidades.



Na imagem acima aparece a função um software personalizado( $y$ ) que depende do número de horas previstas para a desenvolvimento ( $x$ ). Neste exemplo a variável( $y$ ) depende da variável ( $x$ ). No caso, a empresa cobra R\$ 100,00 por hora mais uma taxa fixa de R\$ 300.00 para a definição do software desejado com o cliente.

A expressão algébrica(lei) desta função é  $y=100x+300$  é uma das formas de representar a função.

## 4.2 Domínio, Imagem, análise gráfica de funções

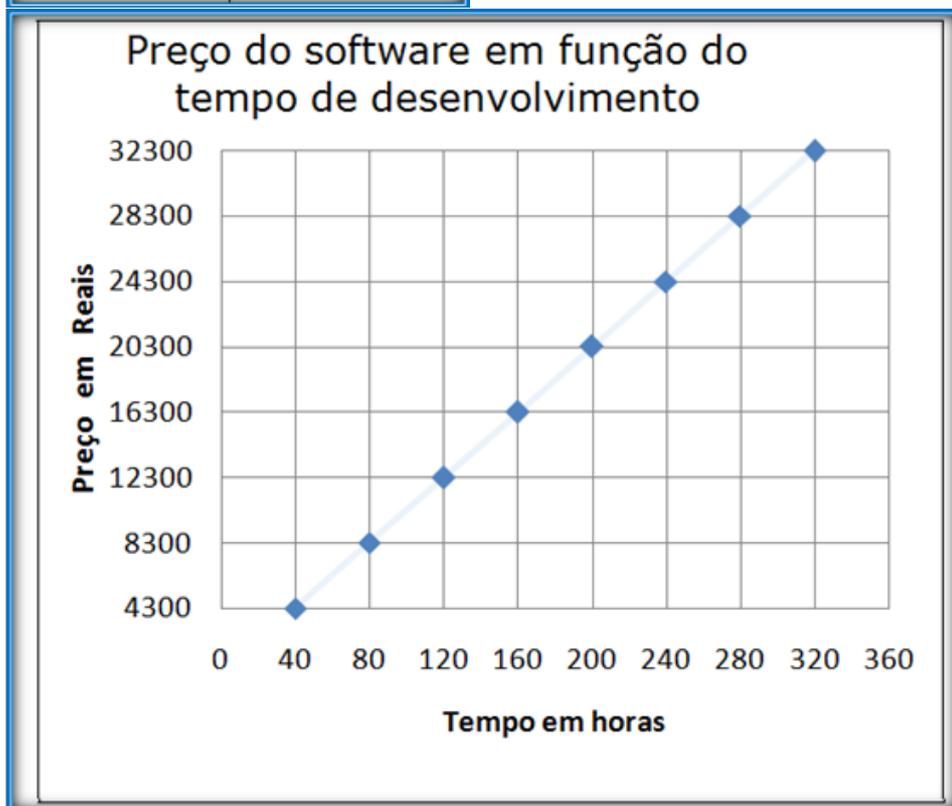
Os valores de  $x$  que podem ser utilizados neste caso são valores a partir de 40horas e seus múltiplos. O conjunto destes valores que  $x$  pode assumir é chamado de domínio da função.

O conjunto de valores que  $y$  pode assumir é chamado de imagem da função.

Formas de representação de uma função matemática mais utilizadas são: pela lei da função ou expressão algébrica:  $y=100x+300$ , Na forma de tabelas.e Na forma de gráfico.

### Tabela de preços em função do tempo

Horas	Preço
40	4300
80	8300
120	12300
160	16300
200	20300
240	24300
280	28300
320	32300



Como encontrar a equação/lei/expressão da função de primeiro grau se tivermos dois pontos conhecidos

: [http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/pre-calculo/Estudo\\_Reta\\_Parabola.xlsx](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/pre-calculo/Estudo_Reta_Parabola.xlsx)

## Problema: Encontre a equação da reta que passa por 2 pontos.

Precisamos encontrar os valores de  $a$  e  $b$  da equação da reta que tem a forma  $y = ax + b$ . Para isto precisamos utilizar os valores de  $x$  e  $y$  dos pontos A e B fornecidos.

$$P = (x, y)$$

$$A = (1, 3)$$

1º O ponto A é (1, 3) e o ponto B é (4, 9).

$$B = (4, 9)$$

2º Fórmulas:

$$a = (y_B - y_A) / (x_B - x_A)$$

$$b = y_A - a \cdot x_A$$

3º Valores que entram na fórmula:

$$x_A = 1 \text{ e } y_A = 3$$

$$x_B = 4 \text{ e } y_B = 9$$

4º Calcular o valor da  $a$

$$a = (9 - 3) / (4 - 1) = 2$$

$$b = 3 - 2 \cdot 1 = 1$$

5º Escrever a equação:  $y = ax + b$  substituindo  $a$  e  $b$  pelos respectivos valores.

Resposta final: A equação da reta que passo pelos pontos A e B é  $y = 2x + 1$

Aproveitando os dados podemos fazer uma tabela e um gráfico da função correspondente.

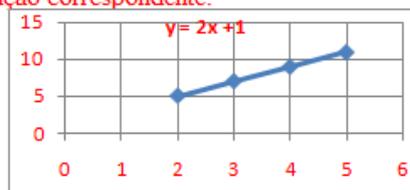
x	y=2x + 1	
2	2*2 + 1	5
3	2*3 + 1	7
4	2*4 + 1	9
5	2*5 + 1	11

<= Equação encontrada  
~> coloque um valor para x e calcule y usando a equação encontrada

<= coloque um x maior que o anterior e calcule y

<= coloque um x maior que o anterior e calcule y

<= coloque um x maior que o anterior e calcule y



PRÓXIMA >

Início Equação da Reta1 EquaçãoReta2 Função de 1º Grau1 Função de 1º Grau2 Exerc 1a 6 Função quadrática Exer7 a 11

## 4.2 1 Funções Polinomiais

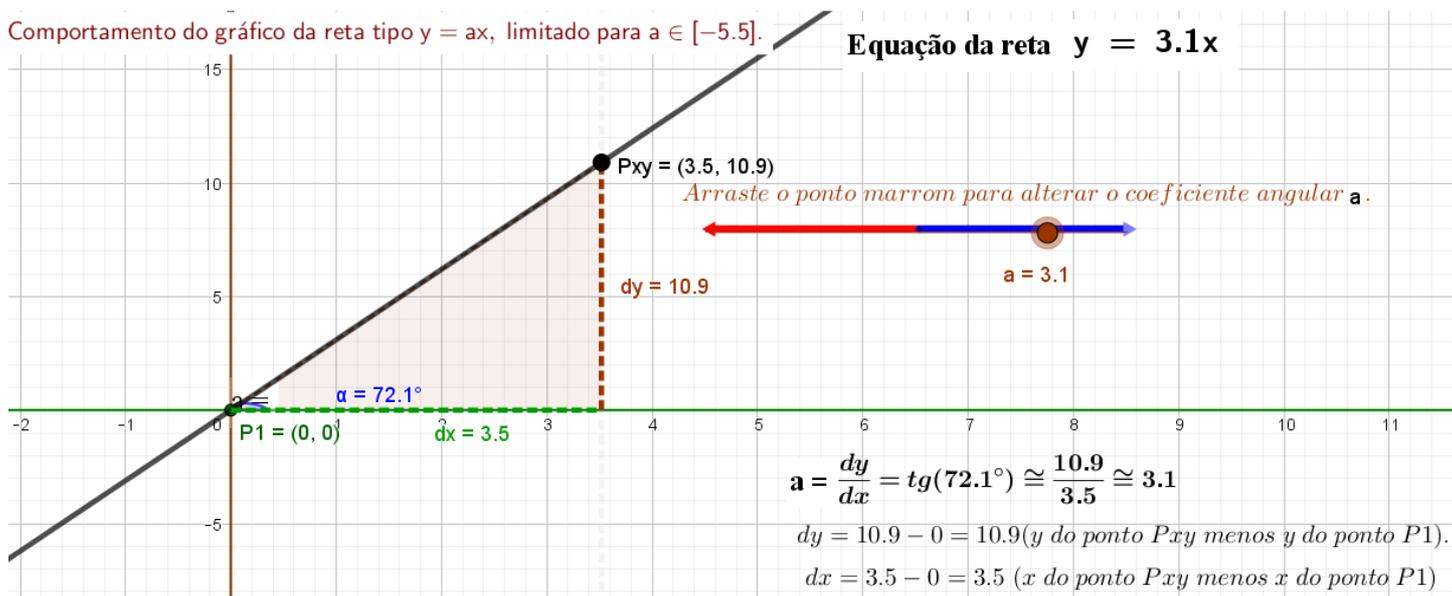
### Função afim

O tipo de função que aparece na imagem inicial deste capítulo é uma função polinomial de primeiro grau ou função afim. Para ver o comportamento desta função acesse o endereço

<https://www.geogebra.org/m/tgemjzp6> a seguir ou na imagem e movimente o ponto A azul. Você também pode pesquisar mais utilizando Youtube, Google acadêmico ou outro meio que você preferir.

Autor: Tânia Michel Pereira/Unijui

Comportamento do gráfico da reta tipo  $y = ax$ , limitado para  $a \in [-5,5]$ .



Endereço do objeto: <https://www.geogebra.org/m/yaw2m6s9>

**Autor:** Tânia Michel Pereira/Unijui

**Topico(s):** Funções, Função Linear, Funções Polinomiais

Movimente apenas os pontos A e B! Observe as relações entre os valores de a e b da função da forma  $y=ax+b$

com o ângulo entre a reta com o eixo x e os pontos E e D.

$$\operatorname{tg}(47.53^\circ) = 1.09 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5.44}{4.98}$$

$$y = 1.09x + 2.45$$

Coefficiente angular

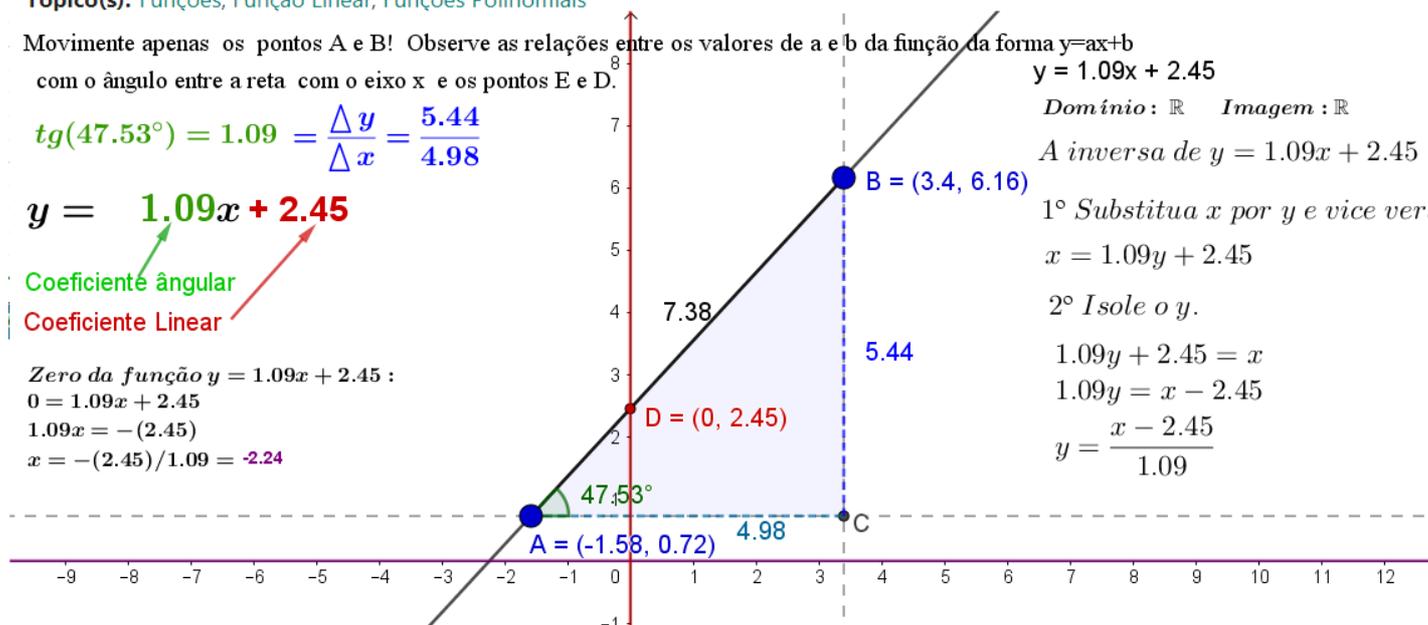
Coefficiente Linear

Zero da função  $y = 1.09x + 2.45$  :

$$0 = 1.09x + 2.45$$

$$1.09x = -(2.45)$$

$$x = -(2.45)/1.09 = -2.24$$

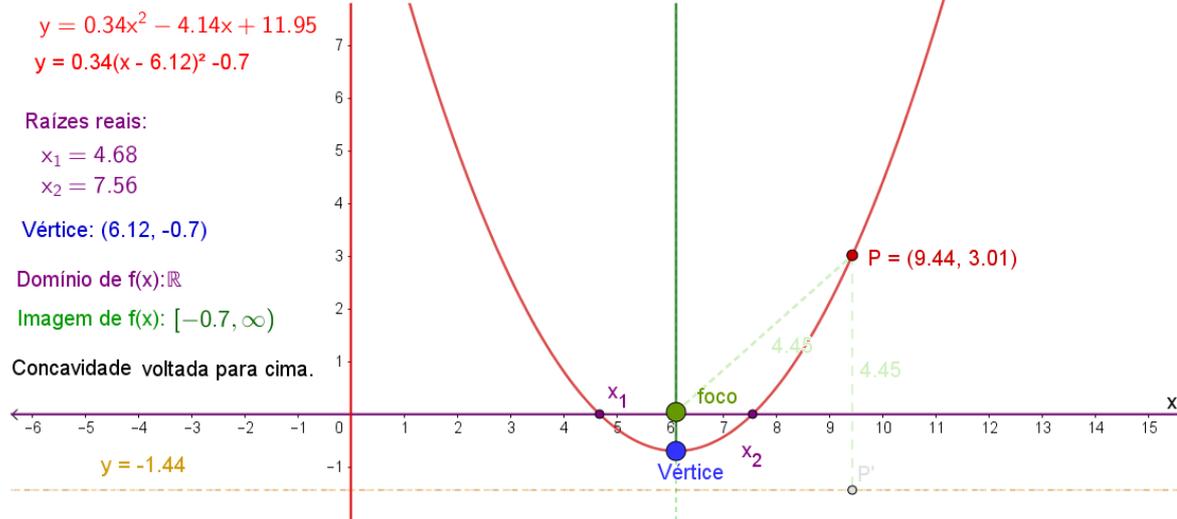


## Função Quadrática: $y=ax^2+bx+c$

A função quadrática é uma função polinomial de grau 2. O gráfico de uma função quadrática é sempre uma parábola (que pode estar voltada para cima ou para baixo) quando o domínio considerado é todo o conjunto dos reais, visto que não tem restrições para  $x$ , pois qualquer valor real pode ser multiplicado, somado e ser elevado ao quadrado. A imagem (valores que  $y$  pode assumir) e o número raízes (valores de  $x$  que anulam  $y$ ) depende dos valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Para fazer o estudo da concavidade, imagem e das raízes da função polinomial acesse o endereço a seguir ou outros que você preferir.

<https://www.geogebra.org/m/cmvv2et2>

Autor: Tânia Michel Pereira/Unijui

Mova o vértice ou o foco da parábola (gráfico da função quadrática  $y = f(x)$ ).

	A	B
1	6.12	xV
2	-0.7	yV
3	4.68	x1
4	7.56	x2
5	6.12	xV
6	-0.7	yVér...
7	0.34	a
8	-4.14	'b
9	11.95	'c
10	4.68	x1
11	7.56	x2
12	6.12	'xfoco
13	0.04	'yfoco
14	y = -1.44	y = ?

<https://www.geogebra.org/m/cmvv2et2>

Comparação dos gráficos de polinomiais de grau par com grau ímpar.

Acesse o endereço a seguir para ver a diferença.

Microsoft Excel - Estudo\_Reta\_Parabola.xlsx

Funções Polinomiais de primeiro e segundo grau

Digite o teu nome completo na célula amarela:

da Unijui na célula azul, substituindo o existente.

Na utilização da função de primeiro e segundo grau é bastante utilizada para determinar o modelo de relações entre variáveis envolvidas em experimentos que envolvem temas das engenharias

Para avançar, clique sobre a aba seguinte

Microsoft Excel - Est... C:\Users\User\Desk... Computador -Unidade4.docx - Mi... 15:20

[http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/pre-calculo/Estudo\\_Reta\\_Parabola1.xlsx](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/pre-calculo/Estudo_Reta_Parabola1.xlsx)

<https://www.geogebra.org/m/caxvty3q>

Desenvolva a atividade baixando o arquivo do Excel que se encontra no endereço a seguir para praticar exercícios envolvendo o assunto. [http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/pre-calculo/Estudo\\_Reta\\_Parabola1.xlsx](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/pre-calculo/Estudo_Reta_Parabola1.xlsx)

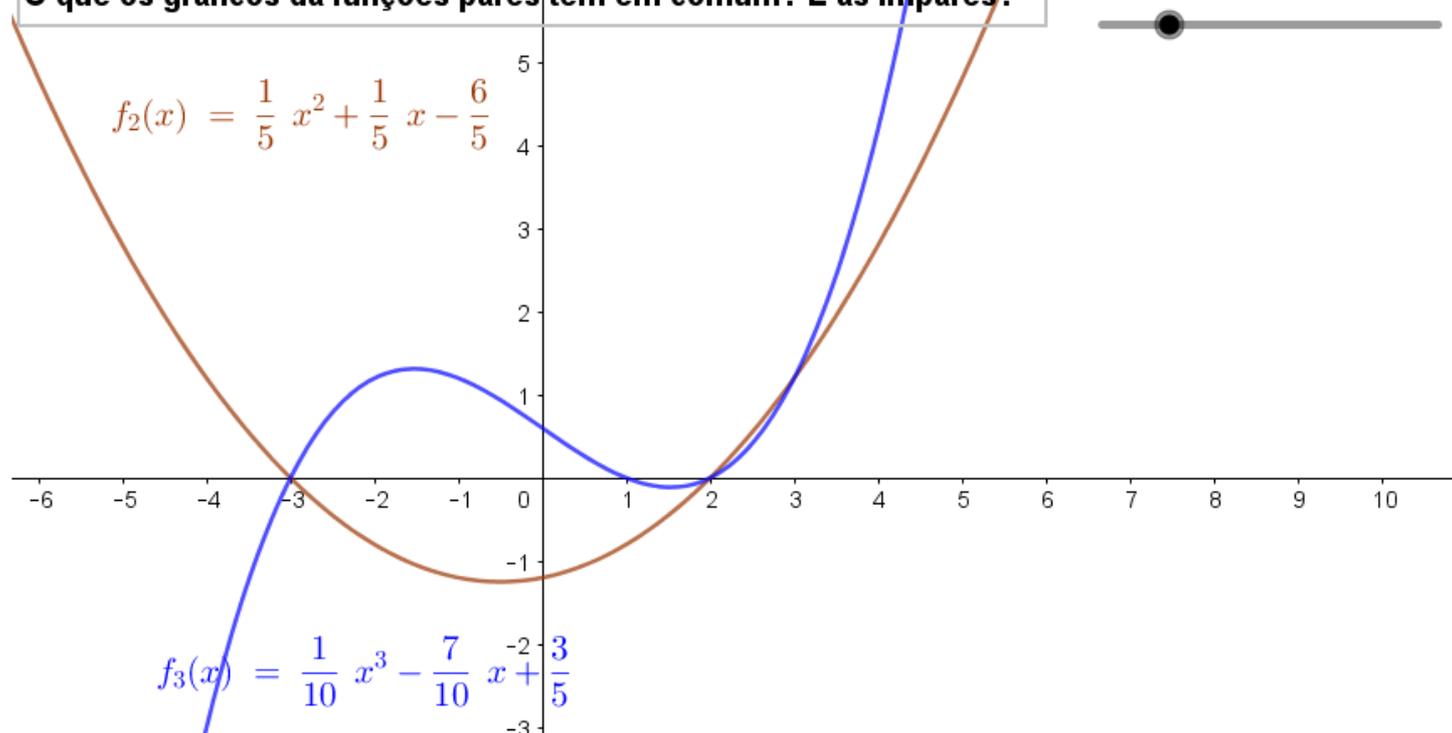
Mais funções polinomiais Acesse o Aplicativo abaixo para ver o domínio, imagem, forma do gráfico e algumas raízes das funções polinomiais.

**Autor:** Tânia Michel Pereira/Unijui

**Topico(s):** Funções Polinomiais

Compare gráficos de polinômios de Grau par com os de grau ímpar.  
O que os gráficos das funções pares tem em comum? E as ímpares?

n = 3



<https://www.geogebra.org/m/caxvty3q>

## 4.2.2 Racionais

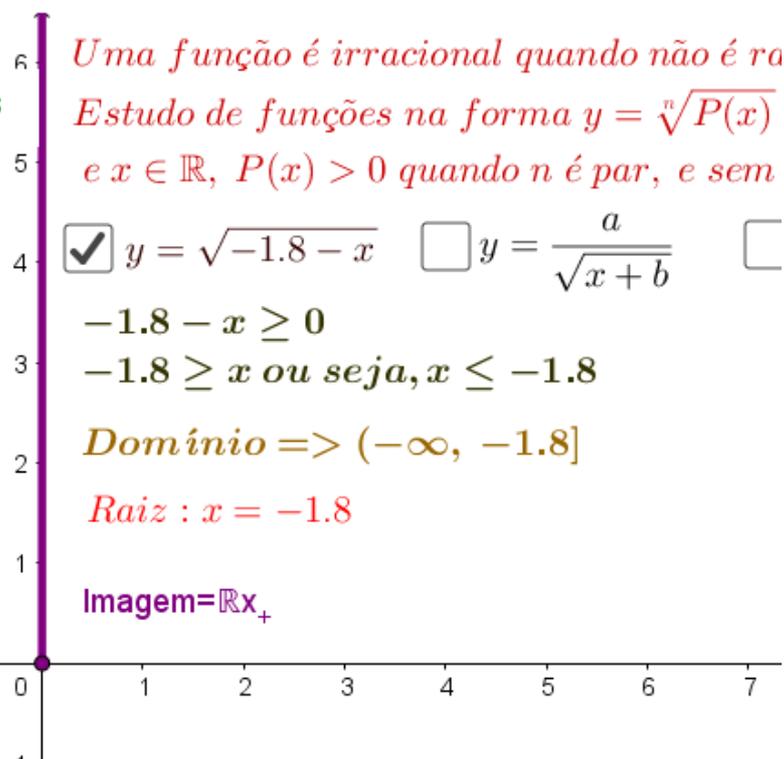
Para estudar o domínio e imagem e raízes das funções racionais acesse o endereço a seguir e escolha a opção Funções Racionais.

## 4.2.3 Irracionais

Para estudar o domínio e imagem e raízes das funções Irracionais acesse o endereço a seguir e escolha a opção Funções Irracionais.

**Autor:** Tânia Michel Pereira/Unijuí

Racionais  Irracionais  Modulares



Endereço: <https://www.geogebra.org/m/cwfc7ywk>

## Função Modular

Cada função tem um conjunto de valores que  $x$  pode assumir, no caso da função modular na forma  $y = |ax + c|$  o domínio é  $\mathbb{R}$  e este conjunto não é um intervalo limitado, porque a forma intervalar de  $\mathbb{R}$  é  $(-\infty, \infty)$  ou seja de menos infinito a mais infinito.

Ja o conjunto dos valores que  $y$  pode assumir é o conjunto dos reais não negativos  $\mathbb{R}_+$ , cujo intervalo é  $(0, \infty)$  ou seja o intervalo da imagem começa no zero, que é o limite inferior e vai até infinito.

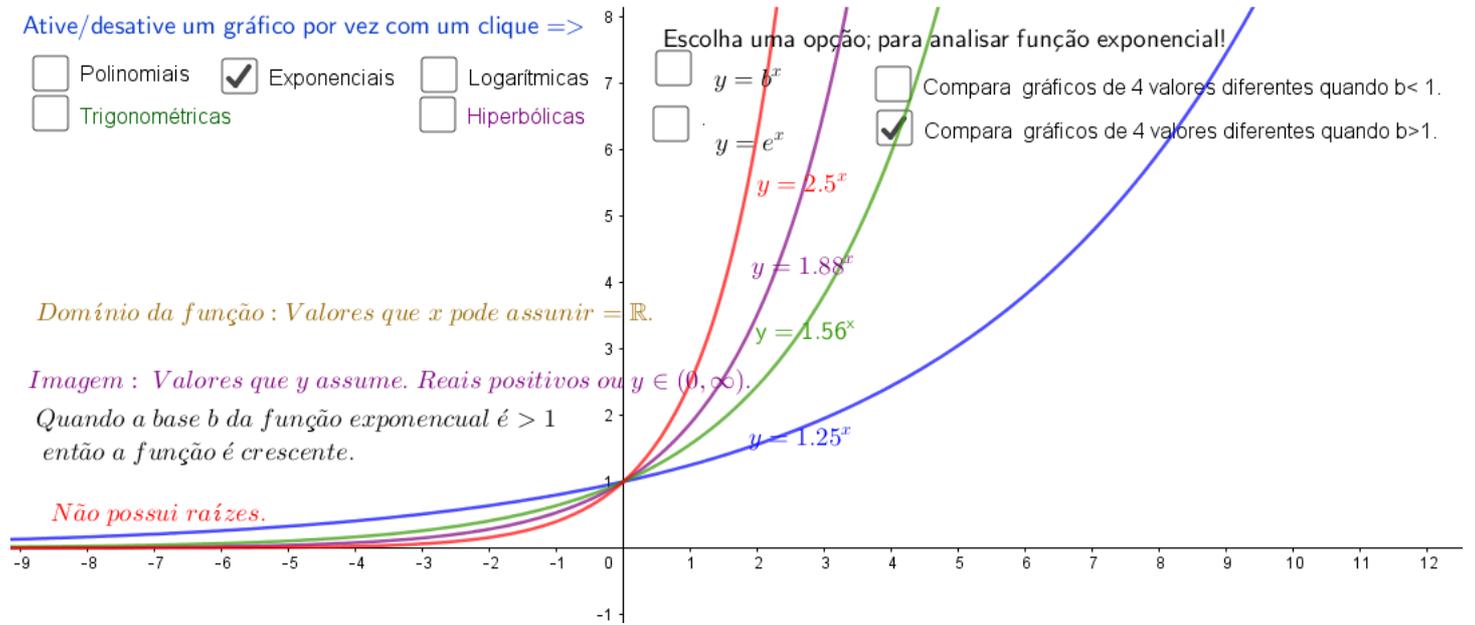
### 4.2.4 Exponenciais

Para estudar o domínio e imagem e raízes das funções Exponenciais acesse o endereço a seguir e escolha a opção Funções Exponenciais.

**Autor:** Tânia Michel Pereira/Unijui

Ative/desative um gráfico por vez com um clique =>

- Polinomiais     Exponenciais     Logarítmicas  
 Trigonométricas     Hiperbólicas



<https://www.geogebra.org/m/avbzk5q3>

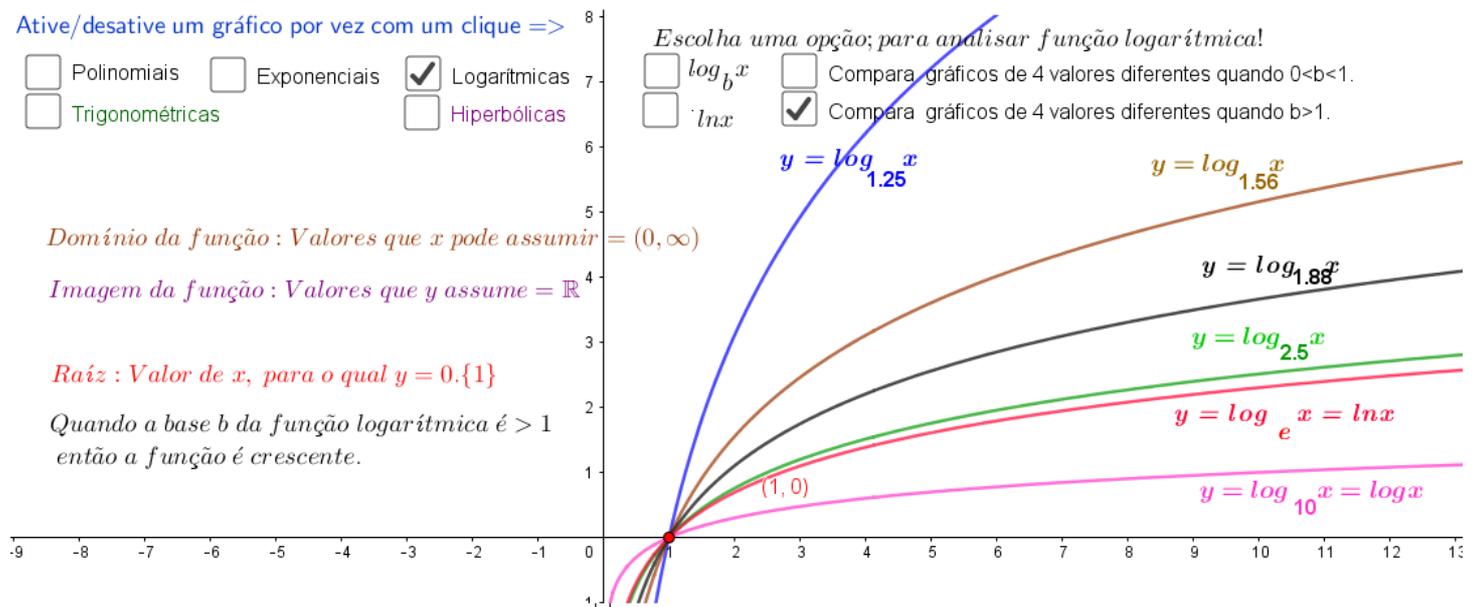
## 4.2.5 Logarítmicas

Para estudar o domínio e imagem e raízes das funções Logarítmicas acesse o endereço a seguir e escolha a opção Funções Logarítmicas.

**Autor:** Tânia Michel Pereira/Unijui

Ative/desative um gráfico por vez com um clique =>

- Polinomiais     Exponenciais     Logarítmicas  
 Trigonométricas     Hiperbólicas



**Autor:** Tânia Michel Pereira/Unijuí

Ative/desative um gráfico por vez com um clique =>

- Polinomiais     Exponenciais     Logarítmicas  
 Trigonométricas     Hiperbólicas

Marque apenas um tipo por vez, por favor!

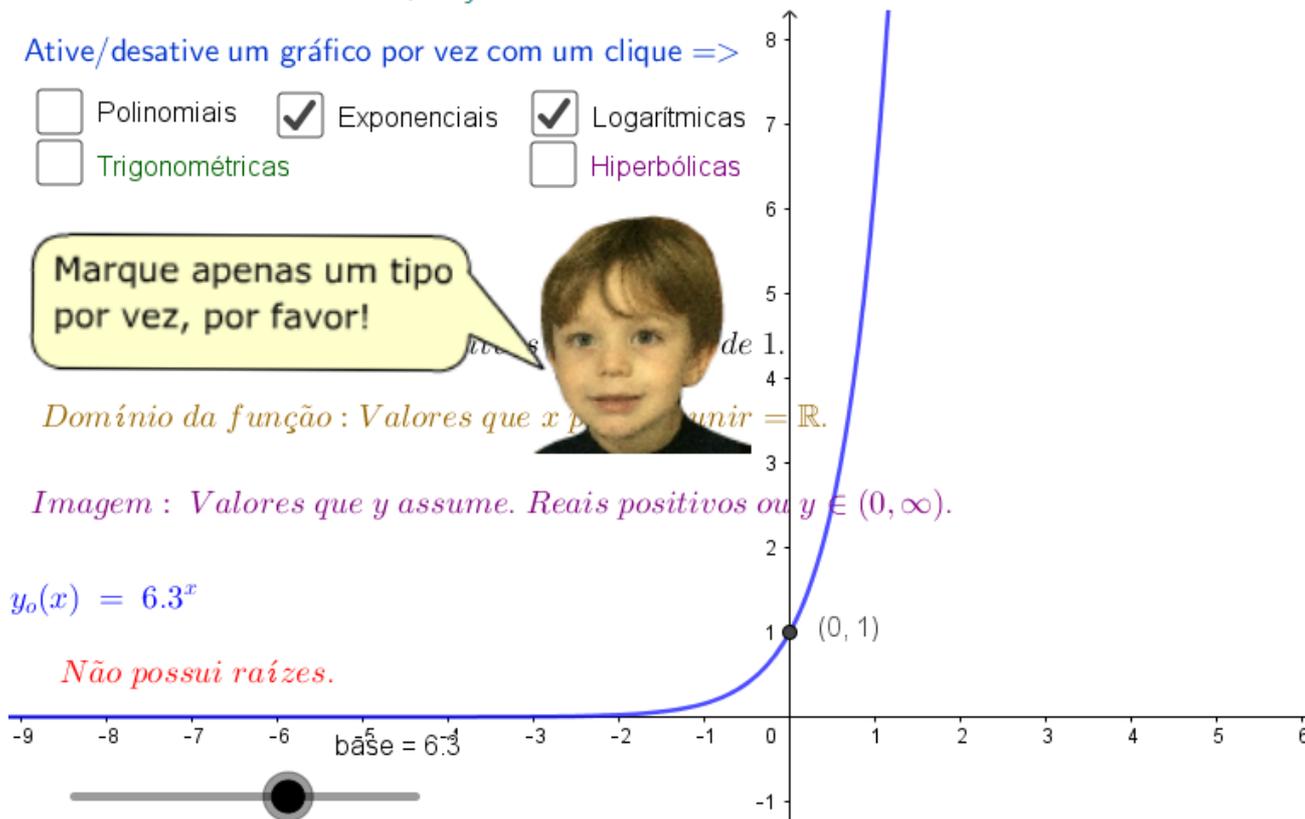


Domínio da função : Valores que  $x$  pode assumir  $= \mathbb{R}$ .

Imagem : Valores que  $y$  assume. Reais positivos ou  $y \in (0, \infty)$ .

$y_0(x) = 6.3^x$

Não possui raízes.



## 4.2.6 Funções Trigonométricas

Acesse os gráficos das funções trigonométricas no plano cartesiano xy.

Para cada uma das funções trigonométricas que aparecem nas opções, veja qual é o domínio e imagem no aplicativo do endereço a seguir. Faça anotações sobre intervalos de crescimento e decréscimo, bem como o domínio e imagem, no caderno da unidade.

<https://www.geogebra.org/m/t5gkxhze>

Ative/desative o gráfico com um clique =>

As medidas então em radianos(Comprimento do raio)

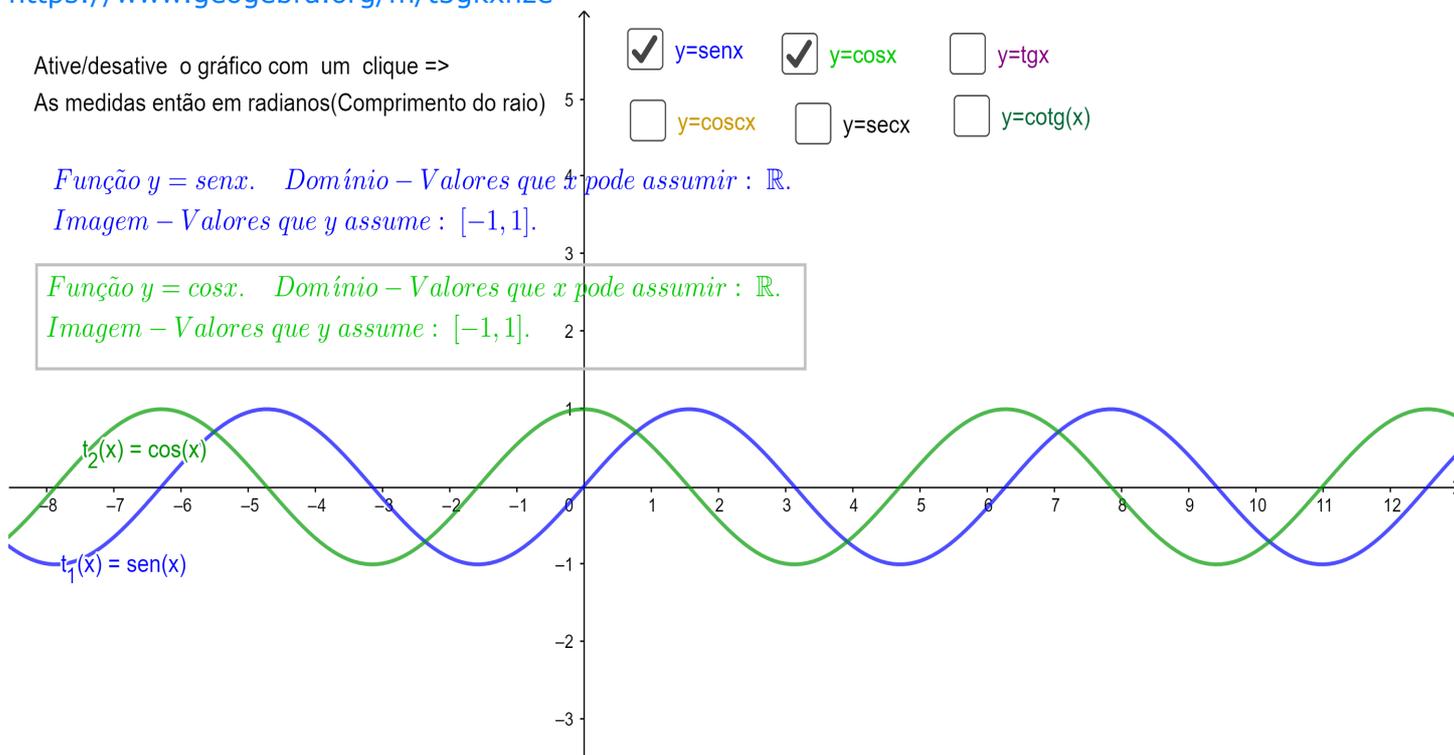
- $y = \text{sen}x$       $y = \text{cos}x$       $y = \text{tg}x$   
  $y = \text{cosec}x$       $y = \text{sec}x$       $y = \text{cotg}(x)$

Função  $y = \text{sen}x$ . Domínio – Valores que  $x$  pode assumir :  $\mathbb{R}$ .

Imagem – Valores que  $y$  assume :  $[-1, 1]$ .

Função  $y = \text{cos}x$ . Domínio – Valores que  $x$  pode assumir :  $\mathbb{R}$ .

Imagem – Valores que  $y$  assume :  $[-1, 1]$ .



Veja também funções trigonométricas compostas no aplicativo a seguir, escolha a opção trigonométricas e explore um caso de cada vez.

## 4.2.7 Funções hiperbólicas

### DEFINIÇÕES DAS FUNÇÕES HIPERBÓLICAS

Seno hiperbólico do número real  $x$ :  $\operatorname{senhx} = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

Cosseno hiperbólico do número real  $x$ :  $\operatorname{coshx} = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

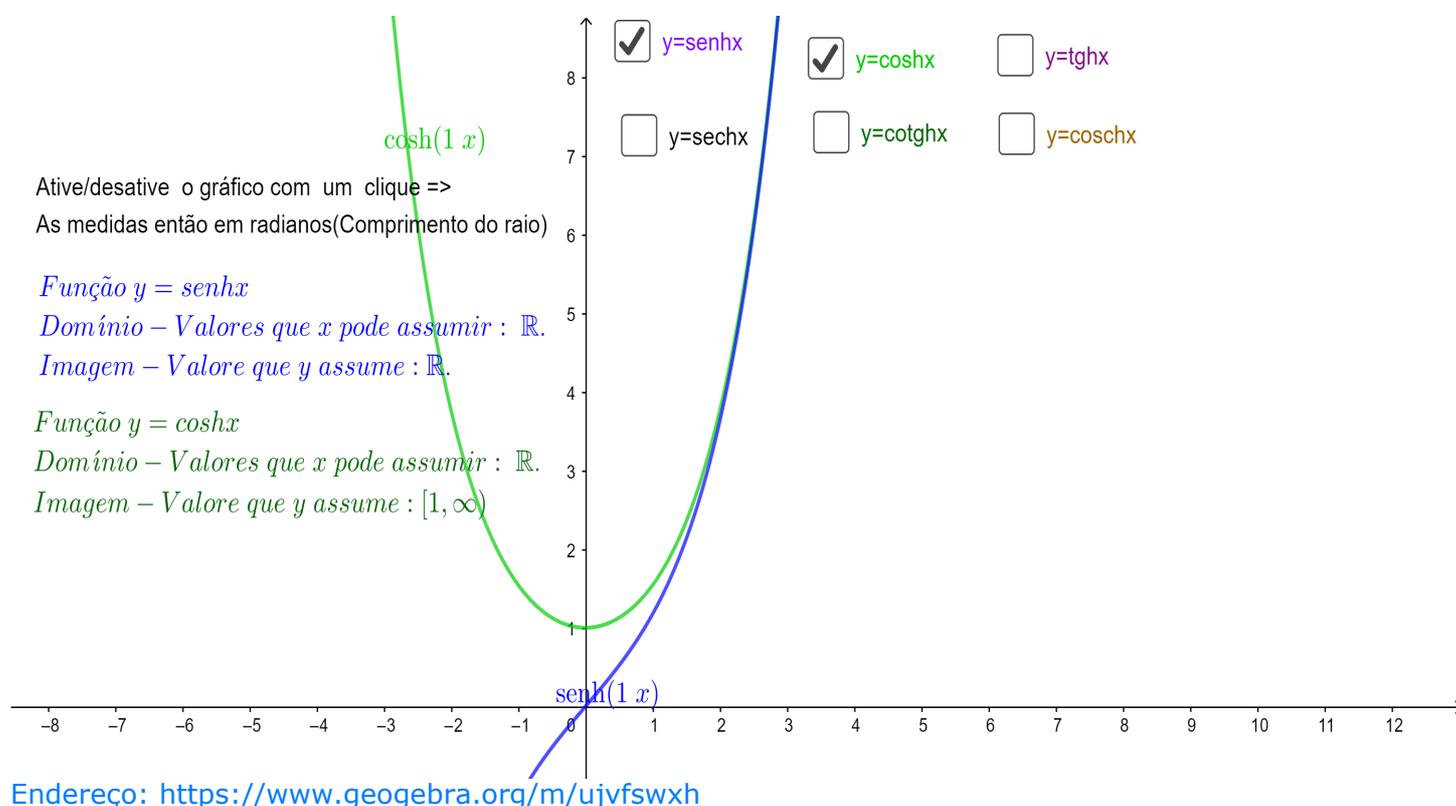
Tangente Hiperbólico do número  $x$ :  $\operatorname{tghx} = \frac{\operatorname{senhx}}{\operatorname{coshx}}$

Secante hiperbólico do número real  $x$ :  $\operatorname{sechx} = \frac{1}{\operatorname{coshx}}$

Cossecante hiperbólico do número real  $x$ :  $\operatorname{coschx} = \frac{1}{\operatorname{senhx}}$

Cotangente Hiperbólico do número  $x$ :  $\operatorname{cotghx} = \frac{\operatorname{coshx}}{\operatorname{senhx}}$

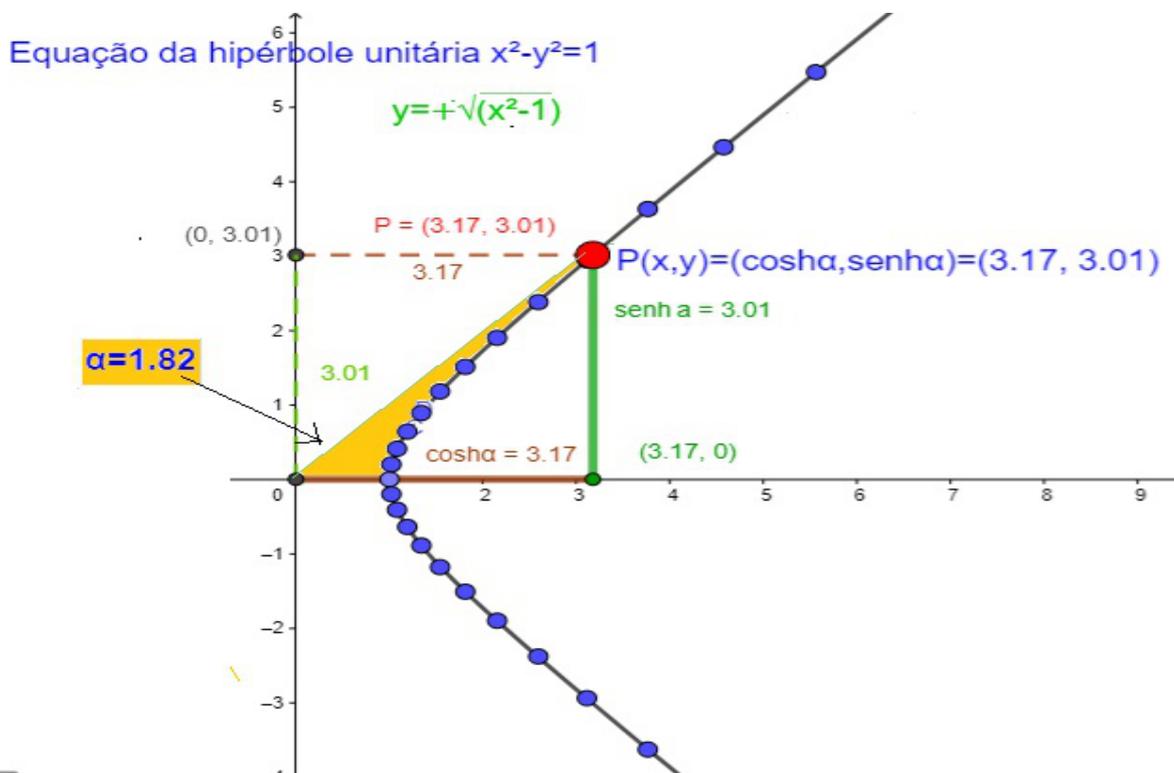
Acesse o objeto de aprendizagem do endereço a seguir para explorar as funções hiperbólicas.



## Saiba mais sobre trigonometria hiperbólica

A trigonometria hiperbólica, as relações trigonométricas são baseadas nos pontos da parte direita da hipérbole unitário com centro na origem cuja equação que a define é  $y^2 - x^2 = 1$  onde seu centro é a origem de um plano cartesiano em que cada ponto  $(x, y)$  da hipérbole unitária corresponde a  $(\operatorname{cosh}(a), \operatorname{senh}(a))$  para algum  $a$ .

Acesse o objeto de aprendizagem do endereço abaixo para ver a representação geométrica do seno, cosseno e tangente da trigonometria hiperbólica. Secante, cossecante e cotangente na trigonometria hiperbólica foram definidas a partir a partir do seno, cosseno e tangente.



<https://www.geogebra.org/m/ujvfswxh>

Caso queira saber sobre a origem da trigonometria hiperbólicas acesse o endereço a seguir:  
<https://www.alfaconnection.pro.br/matematica/funcoes/funcoes-hiperbolicas/origem-das-funcoes-hiperbolicas/>

Elaboração:

Tânia Michel Pereira/UNIJUÍ

Claudia Piva/UNIJUÍ

Inêz Zagula Jung/UNIJUÍ

Isabel Koterman Battisti/UNIJUÍ

Angela Patricia Grajales Spilimbergo/UNIJUÍ