

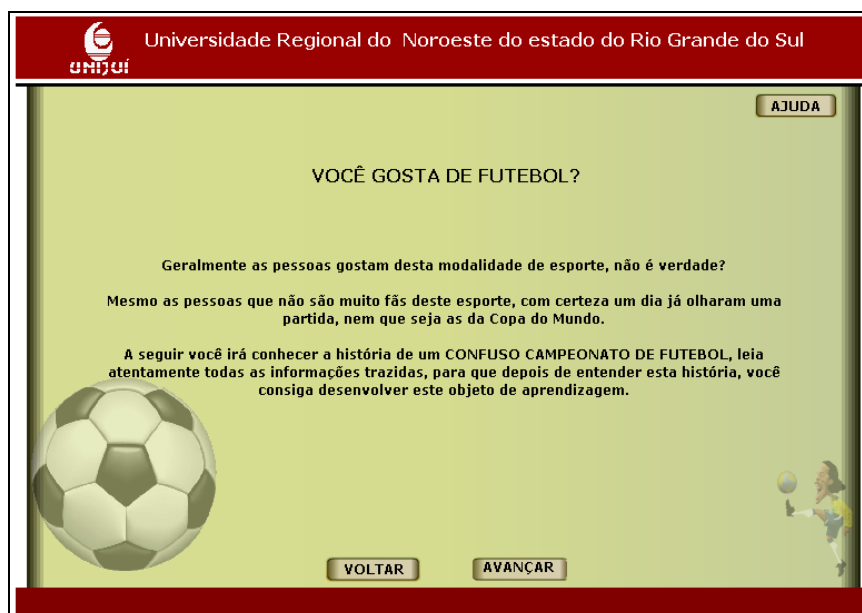
# Aprendendo matrizes

Clique sobre a imagem de um dos jogadores.



Tela 1


Leia o texto e em seguida clique em **AVANÇAR**.



Tela 2

Leia o texto e em seguida clique em

AVANÇAR



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA


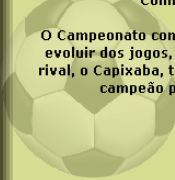
### UM CERTO CAMPEONATO DE FUTEBOL...

Em uma dada cidade, os professores de uma Escola Estadual organizaram um campeonato de futebol, todos professores colaboraram, inclusive o professor de matemática, que contribuiu fazendo o regulamento da escolha do vencedor.

Para a realização do campeonato, além de estabelecer os critérios gerais de classificação e desclassificação, era necessário também estabelecer o critério de desempate, em caso de dois times ficarem no final da disputa com o mesmo número de pontos ganhos. Era preciso, neste caso, um critério de decisão. Decidiu-se então, adotar um critério muito usado em campeonatos estaduais e nacionais de futebol profissional: se, no final do campeonato, dois times estiverem com o mesmo número de pontos ganhos, o campeão será o time com maior número de vitórias.

O professor de Matemática ouviu as recomendações, fez a minuta do regulamento e apresentou-o à Comissão Organizadora. Esta, por falta de "tempo", aprovou tudo sem ler.

O Campeonato começou e, no seu desenrolar, dois times se destacaram: Capixaba e Mocidade. Com o evoluir dos jogos, o time Mocidade passou à frente, e só faltava um jogo no domingo. Para seu único rival, o Capixaba, também só restava um jogo no sábado. Se o Mocidade vencesse no domingo, seria o campeão pelo maior número de vitórias, mesmo que o Capixaba vencesse no sábado.



VOLTARAVANÇAR

Tela 3

Leia o texto e em seguida clique em

AVANÇAR



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

### UM CERTO CAMPEONATO DE FUTEBOL...


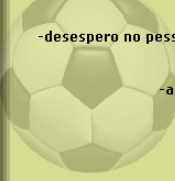
E foi o que deu. No sábado, o Capixaba venceu. Então, para o Mocidade ser campeão, restava como solução, vencer, pois dessa forma teria uma vitória a mais. No esperado domingo, não deu outra o Mocidade venceu.

Foi aí que o presidente da Comissão leu o regulamento pela primeira vez. Não se sabe se por engano datilográfico ou erro do professor de Matemática, o fato é que o regulamento dizia claramente:

"se dois times terminarem o campeonato com o mesmo número de pontos ganhos, será campeão o que tiver o maior número de derrotas".

Era isso que estava escrito, em total desacordo com o que estava combinado. E depois desta notícia, os ânimos no estádio eram os seguintes:

- desespero no pessoal do Mocidade, pois mudara a regra do campeonato que, na versão tradicional, lhe garantia o título;
- alegria no pessoal do Capixaba, que via uma chance de ser campeão.




VOLTARAVANÇAR

Tela 4

Observe a tabela com a classificação dos times e em seguida clique em

**AVANÇAR**


Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

UM CERTO CAMPEONATO DE FUTEBOL...

Para resolver esse imbróglio matemático, foi chamado o responsável (ou seria irresponsável?), o professor de Matemática, que numa sala de aula discutiu o assunto com a comissão, colocando no quadro-negro a tabela de resultados:

	Jogos	Empates	Vitórias	Derrotas	Pontos
Mocidade	14	4	7	3	18
Capixaba	14	6	6	2	18

O professor de Matemática explicou:

Quando dois times jogam o mesmo número de jogos e resultam com o mesmo número de pontos ganhos, obrigatoriamente, e sempre, o time que tiver o maior número de vitórias terá o maior número de derrotas e reciprocamente.

VOLTAR
AVANÇAR

Tela 5

Observe as tabelas com a classificação dos times e em seguida clique em

**AVANÇAR**


Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

Analise as tabelas e verifique a veracidade ou não da afirmação do professor de matemática.

TABELA DO CAMPEONATO DA HISTÓRIA

	Jogos	Empates	Vitórias	Derrotas	Pontos
Mocidade	14	4	7	3	18
Capixaba	14	6	6	2	18

COPA TOYOTA LIBERTADORES 2006 (Segunda Turno - Grupo 1)


	Jogos	Empates	Vitórias	Derrotas	Pontos
São Paulo	6	0	4	2	12
Chivas G.	6	3	3	0	12


CLASSIFICAÇÃO CAMPEONATO BRASILEIRO 2007 (Atualizada em 22/07/07)

	Jogos	Empates	Vitórias	Derrotas	Pontos
Cruzeiro	13	1	6	6	19
Palmeiras	13	4	5	4	19

VOLTAR
AVANÇAR

Tela 6

A partir da análise que você realizou nas tabelas anteriores, responda a afirmação correta, clicando sobre  que indica a resposta correta. Clique em **AVANÇAR** para prosseguir. Para retornar nas telas e observar as tabelas anteriores clique em **VOLTAR**.

 Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

**AJUDA**

A partir da análise das tabelas anteriores, discuta com um colega e diga:

A afirmação do professor de matemática está:

☐ Certa ☐ Errada

Você já deve ter percebido, antes mesmo de ler a história anterior, que quando abrimos jornais, revistas ou acessamos a internet, encontramos com frequência informações organizadas na forma de tabelas.

Mas, você sabe como podem ser interpretados tabelas e quadros na Matemática?

ATRAVÉS DE MATRIZES, UTILIZANDO NOTAÇÕES ESPECÍFICAS.

Por exemplo:

Pegando os dados, referentes aos empates, as vitórias e as derrotas, do campeonato descrito na história, podemos formar a seguinte Matriz:


$$A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

**VOLTAR** **AVANÇAR**

Tela 7

Resposta correta: Clique em  **Certa**, que aparecerá  **Certa**  **Errada**. Parabéns, você acertou e pode avançar na atividade.

Responda as questões, preenchendo os espaços indicados por  com os dados da matriz A (lembre-se que a matriz A está associada à tabela de classificação do campeonato). Após responder cada questão clique em **CONFERIR**. Clique em **AVANÇAR** para prosseguir.



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

A partir da matriz ao lado, responda:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

1) Sabendo que as linhas fazem referência aos times:

a) A primeira linha contém os dados do time:

b) A segunda linha contém os dados do time:  **CONFERIR**

2) Sabendo que as colunas fazem referência aos resultados dos jogos:

**Digite sua resposta sem usar acentos.**

a) Na primeira coluna foram colocados os números de:

b) Na segunda coluna foram colocados os números de:  **CONFERIR**


c) Na terceira coluna foram colocados os números de:

VOLTAR

AVANÇAR

Tela 8

Tela com as respostas corretas depois de clicado em **CONFERIR**:



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

A partir da matriz ao lado, responda:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

1) Sabendo que as linhas fazem referência aos times:

a) A primeira linha contém os dados do time:

b) A segunda linha contém os dados do time:  **CONFERIR**

**Parabéns, você acertou!**

2) Sabendo que as colunas fazem referência aos resultados dos jogos:

**Digite sua resposta sem usar acentos.**

a) Na primeira coluna foram colocados os números de:

b) Na segunda coluna foram colocados os números de:  **CONFERIR**

c) Na terceira coluna foram colocados os números de:


**Parabéns, você acertou!**

VOLTAR

AVANÇAR

Tela 8 com respostas

Leia o texto e em seguida clique em **AVANÇAR**.



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul



AJUDA

Mas o que é Matriz?

Denomina-se matriz toda tabela retangular de valores dispostos em linhas e colunas, desta forma uma tabela de números formada por m linhas e n colunas é uma Matriz de ordem m x n (lê-se: m por n).

Costuma-se representar Matrizes por letras maiúsculas e seus elementos por letras minúsculas acompanhadas de dois índices, que indicam a linha e a coluna que o elemento ocupa na Matriz, o índice i indica a linha e o índice j indica a coluna.

Modelo de uma Matriz Geral:



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & a_{4n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$


VOLTAR

AVANÇAR

Tela 9

Responda as questões, preenchendo os espaços indicados por  com os dados da matriz A. Após responder cada questão clique em **CONFERIR**. Clique em **AVANÇAR** para prosseguir.



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

Responda analisando a matriz dos resultados obtidos nos jogos dos times Mocidade e Capixaba:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

1) Qual é o elemento  $a_{11}$ ?

CONFERIR

2) Em qual linha e em qual coluna está o elemento 2?

LINHA

COLUNA

CONFERIR

3) Qual é o elemento  $a_{13}$ ?

CONFERIR

4) Em que linha e em que coluna está o elemento 7? Escreva o numeral que representa os índice (ij) deste elemento.


CONFERIR

VOLTAR

AVANÇAR

Tela 10

Tela com as respostas corretas depois de clicado em **CONFERIR**:



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

Responda analisando a matriz dos resultados obtidos nos jogos dos times Mocidade e Capixaba:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

1) Qual é o elemento  $a_{11}$ ?

CONFERIR

Parabéns, você acertou a questão.

2) Em qual linha e em qual coluna está o elemento 2?

LINHA

COLUNA

CONFERIR

Parabéns, você acertou a questão.

3) Qual é o elemento  $a_{13}$ ?

CONFERIR

Parabéns, você acertou a questão.

4) Em que linha e em que coluna está o elemento 7? Escreva o numeral que representa os índice (ij) deste elemento.

CONFERIR


Parabéns, você acertou a questão.

VOLTAR

AVANÇAR

Tela 10 com respostas

Leia o texto e em seguida clique em **AVANÇAR**.



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

Sabendo que o empate vale 1 ponto, a vitória 2 pontos e a derrota 0 pontos, podemos formar outra Matriz a partir da pontuação dos resultados do campeonato de futebol da nossa história, desta forma, temos:

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Lê-se: Matriz coluna de ordem três por um.

Chamamos esse tipo de Matriz de Matriz coluna, pois possui uma única coluna, ou seja, tem ordem  $m \times 1$ . Nesse caso, dizemos que a Matriz é coluna de ordem  $m$  por um.

Matriz genérica:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{bmatrix}$$

Lê-se: Matriz coluna de ordem três por um.




VOLTAR

AVANÇAR

Tela 11



Observe o procedimento para obtenção dos pontos do time Mocidade e em seguida calcule a pontuação do time Capixaba digitando o resultado no espaço indicado por . Clique em **CONFERIR** e em seguida clique em **AVANÇAR** para prosseguir.



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

VOCÊ SABE COMO É POSSÍVEL OBTER A QUANTIDADE DE PONTOS DOS TIMES USANDO A MATEMÁTICA?

Podemos obter o número de pontos obtidos pelo time Mocidade no final do campeonato multiplicando cada elemento da 1ª linha da Matriz A pelos correspondentes elementos da Matriz B, veja:

Sendo  $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$


$4 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 3 \cdot 0 = 4 + 14 + 0 = 18$  pontos.

Realize o cálculo, e digite a pontuação do time Capixaba:  pontos **CONFERIR**

**VOLTAR** **AVANÇAR**

Tela 12

Tela com a resposta correta depois de clicado em **CONFERIR**:



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

VOCÊ SABE COMO É POSSÍVEL OBTER A QUANTIDADE DE PONTOS DOS TIMES USANDO A MATEMÁTICA?

Podemos obter o número de pontos obtidos pelo time Mocidade no final do campeonato multiplicando cada elemento da 1ª linha da Matriz A pelos correspondentes elementos da Matriz B, veja:

Sendo  $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

$4 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 3 \cdot 0 = 4 + 14 + 0 = 18$  pontos.


Realize o cálculo, e digite a pontuação do time Capixaba:  pontos **CONFERIR**

Parabéns, você acertou a questão.

**VOLTAR** **AVANÇAR**

Tela 12 com resposta

Leia o texto e em seguida clique em **AVANÇAR**.


Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

Portanto,

$$\begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 18 \end{bmatrix}$$

é a Matriz do total de pontos obtido no campeonato por equipe.

Verifique também que a pontuação dos times está correta, observe a tabela que vimos anteriormente:


	Jogos	Empates	Vitórias	Derrotas	Pontos
Mocidade	14	4	7	3	18
Capixaba	14	6	6	2	18

O que acabamos de ver é um exemplo de MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES.

VOLTAR
AVANÇAR

Tela 13

Leia o texto e em seguida clique em **AVANÇAR**.


Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

### MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES

E esse produto só foi possível porque o número de colunas da Matriz A é igual ao número de linhas da Matriz B, portanto, a multiplicação de duas Matrizes, A e B, só é possível quando o número de colunas da Matriz A for igual ao número de linhas da Matriz B, tendo  $C = A \cdot B$  o mesmo número de linhas de A e o mesmo número de colunas de B.

Veja outro exemplo agora mais genérico, da multiplicação de duas Matrizes A e B:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

O produto das Matrizes  $A = (a_{ij})_{m \times p}$  e  $B = (b_{ij})_{p \times n}$  é a Matriz  $C = (c_{ij})_{m \times n}$  em que cada elemento  $c_{ij}$  é obtido por meio da soma dos produtos dos elementos correspondentes da i-ésima linha de A pelos elementos da j-ésima coluna de B.

VOLTAR
AVANÇAR

Tela 14

Construa a matriz A, correspondente aos resultados dos jogos. A 1ª linha trará os resultados do São Paulo e a 2ª linha os resultados do Chivas. A 1ª coluna trará o número de empates, a 2ª coluna o número de vitórias e a 3ª coluna o número de derrotas.



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

Monte uma matriz (A) com os resultados dos jogos do Grupo 1, na 2ª fase da Libertadores da América, em seu caderno.

COPA TOYOTA LIBERTADORES 2006 (Segunda Turno - Grupo 1)

	Jogos	Empates	Vitórias	Derrotas	Pontos
São Paulo	6	0	4	2	12
Chivas G.	6	3	3	0	12

Na Matriz A, a 1ª linha trará os resultados do São Paulo e a 2ª linha os resultados do Chivas. Coloque ainda na 1ª coluna: número de empates; 2ª coluna: número de vitórias; 3ª coluna: número de derrotas.

VOLTAR

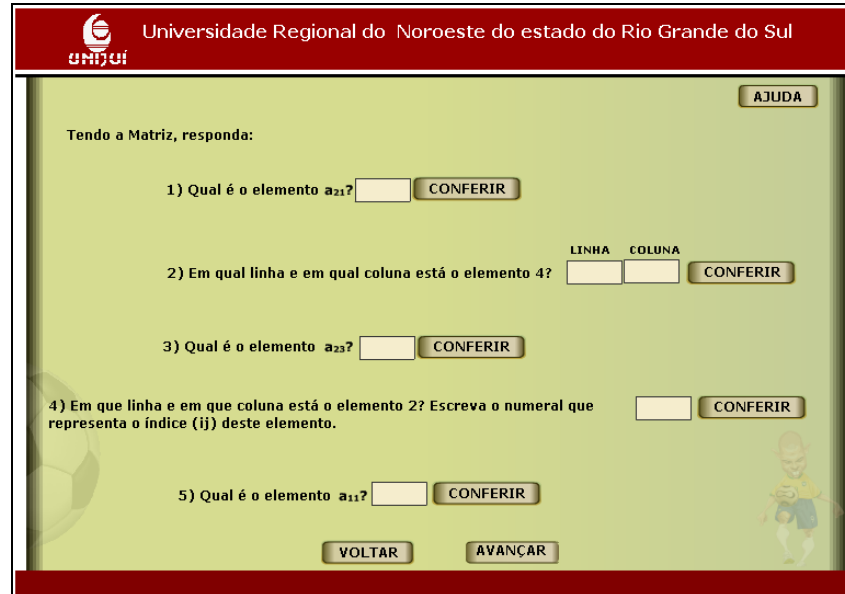
AVANÇAR

Tela 15

Atividade para fazer no caderno, pois as próximas telas necessitam destes dados: a matriz correspondente aos jogos do grupo 1, na 2ª fase da Libertadores da América é

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Responda as questões, preenchendo os espaços indicados por  com os dados da matriz construída. Após responder cada questão clique em **CONFERIR**. Clique em **AVANÇAR** para prosseguir.



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul  
UNIJUI

AJUDA

Tendo a Matriz, responda:

1) Qual é o elemento  $a_{21}$ ?  **CONFERIR**

2) Em qual linha e em qual coluna está o elemento 4? LINHA  COLUNA  **CONFERIR**

3) Qual é o elemento  $a_{23}$ ?  **CONFERIR**

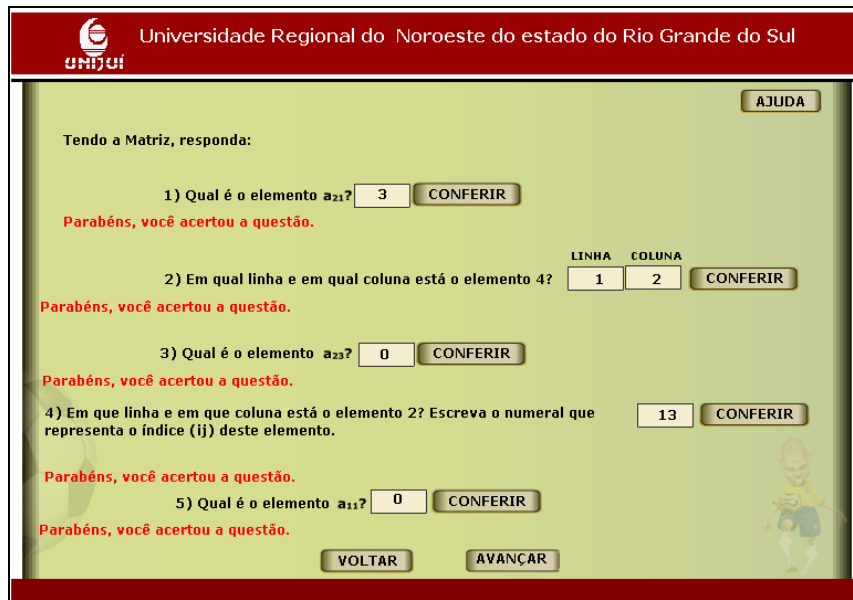
4) Em que linha e em que coluna está o elemento 2? Escreva o numeral que representa o índice (ij) deste elemento.  **CONFERIR**

5) Qual é o elemento  $a_{11}$ ?  **CONFERIR**

VOLTAR AVANÇAR

Tela 16

Tela com as respostas corretas depois de clicado em **CONFERIR**:



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul  
UNIJUI

AJUDA

Tendo a Matriz, responda:

1) Qual é o elemento  $a_{21}$ ? 3 **CONFERIR**  
Parabéns, você acertou a questão.

2) Em qual linha e em qual coluna está o elemento 4? LINHA 1 COLUNA 2 **CONFERIR**  
Parabéns, você acertou a questão.

3) Qual é o elemento  $a_{23}$ ? 0 **CONFERIR**  
Parabéns, você acertou a questão.

4) Em que linha e em que coluna está o elemento 2? Escreva o numeral que representa o índice (ij) deste elemento. 13 **CONFERIR**  
Parabéns, você acertou a questão.


5) Qual é o elemento  $a_{11}$ ? 0 **CONFERIR**  
Parabéns, você acertou a questão.

VOLTAR AVANÇAR

Tela 16 com respostas

Calcule o número de pontos do time São Paulo e digite o resultado em .

Clique em **CONFERIR** e em seguida em **AVANÇAR** para prosseguir.



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

Após montar em seu caderno a Matriz A dos resultados dos jogos do Grupo 1, na 2ª fase da Libertadores da América, calcule o número de pontos dos times, sabendo que a Matriz da pontuação, será:


$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Total de pontos do time São Paulo:  **CONFERIR**

**VOLTAR** **AVANÇAR**

Tela 17

Tela com a resposta correta depois de clicado em **CONFERIR** :



Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul

AJUDA

Após montar em seu caderno a Matriz A dos resultados dos jogos do Grupo 1, na 2ª fase da Libertadores da América, calcule o número de pontos dos times, sabendo que a Matriz da pontuação, será:

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

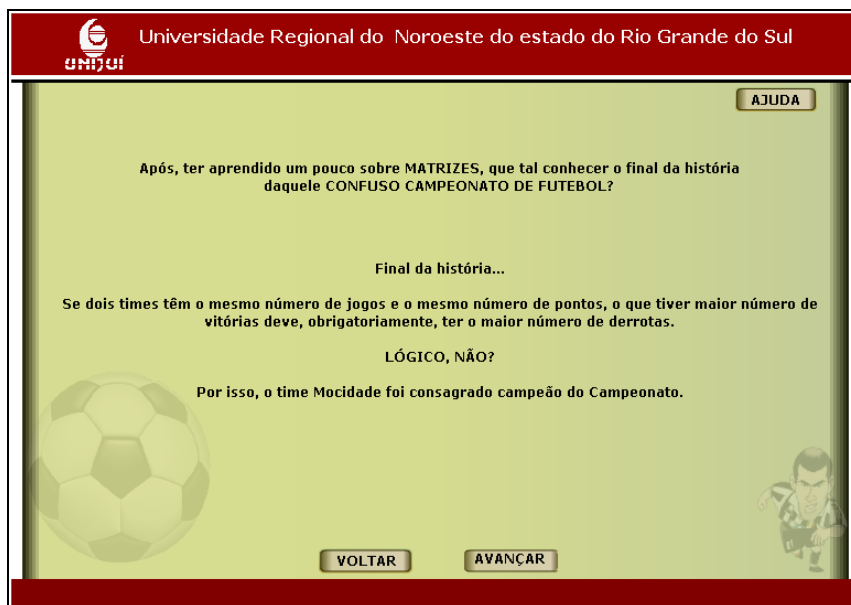
Total de pontos do time São Paulo:  **CONFERIR**

Parabéns, você acertou a questão.

**VOLTAR** **AVANÇAR**

Tela 17 com resposta

Leia o texto e em seguida clique em **AVANÇAR**.



Tela 18

Para reiniciar as atividades, clique em **REINICIAF**.



Tela 19