



Relato de Experiência

ENSINO DE FUNÇÃO EXPONENCIAL E O JOGO DE XADREZ

GT 02 – Educação Matemática no Ensino Médio e Ensino Superior.

Raquel Taís Breunig, UNIJUÍ, raqueltaisb@yahoo.com.br
Renan Gabbi, UNIJUÍ, renan.matematica@yahoo.com.br

Resumo: O presente trabalho se deu a partir de um bloco de aulas, voltado ao segundo ano do Ensino Médio, elaborado e desenvolvido no componente curricular Prática de Ensino V: Matemática no Ensino Médio, do curso de Matemática da UNIJUÍ. O bloco de aulas contemplou o conteúdo de Função Exponencial e, para desenvolvê-lo, utiliza-se o jogo de xadrez e diferentes recursos didáticos e metodológicos. Os referenciais teóricos que nortearam este trabalho foram os documentos oficiais de Matemática para o Ensino Médio, que orientam a valorização do raciocínio matemático. O bloco inicia com uma representação teatral, na qual se propõe um problema, que é resolvido a partir de uma série de questionamentos e da utilização de um tabuleiro de xadrez e grãos de trigo. Busca-se através deste desenvolvimento instigar os alunos a interpretar, generalizar e resolver o problema. Durante o desenvolvimento do bloco pode-se perceber a importância de realizar atividades diferenciadas que estimulem os alunos a desenvolver e utilizar diferentes conteúdos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Função Exponencial; Ensino Médio.

Introdução

Este artigo foi produzido com o intuito de discutir acerca do ensino de álgebra, com enfoque ao ensino de função exponencial, considerando a proposição de um bloco de aulas que potencializa um ensino diferenciado que proporcione ao aluno do Ensino Médio a compreensão dos conceitos.

Conforme os Documentos Oficiais de ensino para o Ensino Médio (PCNEM, PCN+, OCEM e o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul), este período de ensino é a etapa final da Educação Básica, e complementa o ensino e aprendizagem do Ensino Fundamental. Essa etapa do ensino é considerada essencial para a formação de sujeitos críticos e preparados para se inserirem no mercado de trabalho e numa sociedade exigente e tecnológica.

O bloco de aulas tem como objetivo desenvolver no aluno a interpretação de uma situação-problema, estimular a investigação, reconhecer seqüências numéricas e a partir



Relato de Experiência

destas, desencadear situações de generalização. Além disso, estabelecer a lei que expressa uma função exponencial a partir da observação de uma tabela, relacionar os blocos de conteúdos de geometria (progressão geométrica) e álgebra. A partir de um quadro traçar o gráfico da função, num aplicativo gráfico, e compreender as restrições da base de uma função exponencial. Esta atividade é voltada aos alunos do primeiro e/ou segundo ano do Ensino Médio, pois compreende os conteúdos de Função Exponencial, Equação Exponencial e Gráfico da Função Exponencial. Também existe a possibilidade de explorá-la a partir dos conceitos de progressão geométrica no segundo ano do Ensino Médio, porém, não será apresentado neste trabalho.

No decorrer do artigo será explicitado o bloco de aulas, considerando a organização de um questionário a ser propostos e seu desenvolvimento. Posteriormente, será feita uma análise dos procedimentos a serem realizados no decorrer do bloco, bem como, sua potencialidade para o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos, considerando o ensino da Função Exponencial.

Recursos didáticos e metodológicos

Para desenvolver a atividade proposta elaboramos um questionário, composto por diversos questionamentos relacionados aos procedimentos a serem desenvolvidos no decorrer do bloco de aulas. Além disso, para o desenvolvimento, é necessária a utilização de calculadora científica por parte dos alunos para realizar operações extensas. É necessário utilizar uma cartolina para a confecção de um tabuleiro de xadrez, bem como, régua e grãos de trigo, ou sementes semelhantes.

Parte do bloco de aulas precisa ser desenvolvido no Laboratório de Informática, pois é sugerida a utilização do *software* livre *Graph* e da planilha eletrônica, que conforme as OCEM, “as planilhas eletrônicas, mesmo sendo ferramentas que não foram pensadas para propósitos educativos, também podem ser utilizadas como recursos tecnológicos úteis à aprendizagem matemática” (BRASIL, 2006, p. 89). As OCEM (BRASIL, 2006) afirmam que os recursos didáticos facilitam o aprendizado e a compreensão dos conceitos matemáticos por parte dos alunos, ajudando-os a entender os conceitos de função.



Relato de Experiência

Apresentação do problema

O bloco de aulas inicia a partir do desenvolvimento de um breve teatro composto por narrador, Rei e Súdito. O teatro, abaixo explicitado, busca representar a história da criação do jogo de xadrez, propondo o problema a ser desenvolvido durante a atividade.

QUADRO 1: Desenvolvimento do teatro.

Narrador: – A muitos e muitos anos na Índia ocorreu um fato inusitado.

Música anunciando a entrada do Rei (corneta), entra o Rei e senta-se no trono.

Rei: – Estou cansado de não fazer nada, e ainda fico pensando na guerra que perdi, que desastre!!

Narrador: Enquanto o Rei se lamentava, Sissa, o súdito, ocupava seu tempo com suas mirabolantes invenções.

Nesse tempo o súdito está sentado à mesa criando o jogo de xadrez. Terminada a fala do narrador Sissa se levanta e vai na direção do rei.

Súdito: – Consegui!! Grandioso Rei, inventei um jogo para passar o seu tempo e esquecer a batalha.

Narrador: Enquanto isso...

Tempo para o Rei e o Súdito jogar...

Narrador: Encantado com o invento do súdito o Rei tem uma ideia.

Rei: O que posso fazer para te recompensar por esse grande invento?

Súdito: – Bondoso Rei, me dê então um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, dois pela segunda casa, quatro pela terceira, oito pela quarta e assim por diante, até a última casa do tabuleiro.

Rei: Por favor chamem os administradores para contar a quantidade de grãos.

O questionário

Para formalizar a proposição do problema, proposto no teatro, foi elaborado um questionário (figura 1) com todo o desenvolvimento da atividade, o qual precisa ser desenvolvido de acordo com as orientações do professor. O questionário é composto por questões que instigam os alunos a resolver o problema.



Relato de Experiência

Figura 1.1: Primeira página do questionário.

“... – *Bondoso Rei, dê-me então um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, dois pela segunda casa, quatro pela terceira, oito pela quarta e assim por diante, até a última casa do tabuleiro*”.

- 1) Quantos grãos o rei terá que pagar ao seu súdito? _____
- 2) Você acha que é um número muito grande ou uma quantidade insignificante? _____
- 3) Qual das respostas anteriores está correta? _____
- 4) Para afirmar com certeza qual das respostas está correta, complete o tabuleiro de xadrez, e preencha-o com os grãos de acordo com o pedido do súdito.
- 5) Será possível preencher todo o tabuleiro com os grãos? Por quê? O rei conseguirá pagar toda sua dívida? Por quê? _____
- 6) Existe outra forma de chegarmos ao número de grãos de cada casa do tabuleiro? Como podemos representar? _____
- 7) Para responder à questão anterior, construa um quadro relacionando o número de casas e o número de grãos, até o número que encontrou no tabuleiro:

Nº. Casas	Nº. Grãos

- a) Podemos observar alguma regularidade no quadro construído? _____
- b) O que ocorre a cada casa do tabuleiro? _____



Relato de Experiência

Figura 1.2: Segunda página do questionário.

8) Agora complete este quadro com os dados obtidos no tabuleiro e complemente-os.
 ATENÇÃO: Não ultrapasse os limites da tabela e não utilize notação científica!

CASAS	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

9) É possível completar o quadro desta forma? Por quê? _____

10) É possível escrever estes números de uma forma mais prática, e que nos ajude a completar todo o quadro? _____



Relato de Experiência

Figura 1.3: Terceira página do questionário.

11) Você conhece uma forma de representar os números do quadro, e que simplifique, ou diminua a escrita (“tamanho”) dos números? Complete o quadro seguinte desta forma.

CASAS	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

12) Determine as expressões algébricas que indicam o número **G** de grãos em função do número **x** de casas:

a) em cada casa do tabuleiro. _____

b) em todas as casas do tabuleiro (total de grãos). _____

13) Determine a quantidade de grãos **na** 12^a casa e **até** a 12^a casa. _____

14) Utilizando o Excel, teste se as funções determinadas estão corretas e determine a quantidade de grãos que o Rei terá que pagar ao Súdito.



Relato de Experiência

Possibilidades de exploração da atividade

Para desenvolver a atividade de ensino, busca-se seguir a ordem do questionário supracitado, sendo este, composto por quatorze questões, a seguir propostas e analisadas, considerando as possibilidades de solução. Inicialmente é proposto o problema e realizada a primeira questão. Nesta questão os alunos são instigados apenas a dar um palpite inicial de quantos grãos são necessários para pagar a dívida do rei, no entanto, não se permite a utilização de calculadora, pois é importante que o aluno desenvolva seu raciocínio lógico. Na questão dois, nos relacionamos às respostas da questão um, na qual a resposta esperada é sim ou não. Considerando as questões um e dois, questiona-se os alunos acerca da veracidade das respostas, para tanto, distribui-se aos alunos uma cartolina quadrada com lado igual a vinte centímetros, para que se construa o tabuleiro de xadrez, juntamente, com alguns grãos de trigo. Na quarta questão, solicita-se aos alunos que preencham o tabuleiro construído, com os grãos, considerando o problema apresentado. A questão cinco instiga os alunos a refletir acerca da questão anterior. É muito importante que os alunos possam manipular os materiais, pois isso possibilita a argumentação e o estabelecimento de hipóteses.

Nas questões seis e sete temos a intenção de estimular o aluno a perceber a existência de uma regularidade a cada casa do tabuleiro, incentivando-o a pensar em uma nova representação do objeto matemático. A regularidade existente pode ser observada no quadro abaixo, que deve ser elaborado pelo aluno. O aluno precisa observar que a cada casa do tabuleiro o número de grão é o dobro do número de grãos da casa anterior.

Quadro 1: Relação de grãos em cada casa do tabuleiro.

Num. Casas	Num. Grãos
1	1
2	2
3	4
4	8



Relato de Experiência

Com o registro do quadro proposto no item oito, é possibilitado ao aluno que ele observe ou tenha uma pequena idéia de que é possível realizar um registro algébrico para resolver a situação proposta. É necessário que o aluno registre no quadro o resultados obtidos no quadro da questão sete e, posteriormente, complemente os valores sem ultrapassar os limites do quadro. Ao preencher o quadro, o aluno observará a impossibilidade de preenchê-lo completamente, devido ao elevado número de Algarismos. Na questão nove existe a intenção de instigar os alunos a realizar o registro exponencial, para tanto, propomos novamente a utilização de um quadro. Ao preencher o quadro com o registro exponencial, solicitamos aos alunos que generalizem a situação, determinando a função. Nesta questão é necessário que o aluno identifique o número de grãos (G) como a variável dependente e o número de casas (x) como a variável independente (questão 10), considerando a quantidade de grãos em cada casa do tabuleiro e em todas as casas, ou seja, o total de grãos. Esta função pode ser sistematizada entre os alunos (questão 11), socializando as funções $g = 2^n - 1$, que determina a soma dos grãos até uma casa determinada e, $g = 2^{n-1}$ que resulta na quantidade de grãos que existem na casa n .

Ao realizar o registro algébrico das funções, é importante que o aluno teste as funções, para tanto, é solicitado que determine a quantidade de grãos na 12ª casa e até a 12ª casa. Na questão treze propomos a utilização da planilha eletrônica (Excel) para novamente realizar o tratamento das funções, determinando a quantidade de grãos até a última casa e a quantidade de grão na última casa. Utilizamos o Excel como ferramenta, pois ao utilizarmos a calculadora nos deparamos que ela apresenta apenas parte do resultado obtido, ou em alguns casos, representa a numeração em notação científica, sendo que, o Excel apresenta o valor exato a ser determinado. Aplicando os dados da situação nas fórmulas generalizadas obtemos o seguinte resultado:

Quantidade de grãos até a 64ª casa $\Rightarrow g = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 600\ 000$.

Quantidade de grãos da casa 64 $\Rightarrow g = 9.223.372.036.854.780.000$.

Para despertar a curiosidade, propomos a questão quatorze, na qual, o aluno é incentivado a pesquisar na Internet sobre o assunto e compartilhar em sala de aula. Podemos identificar a escrita do número por extenso da seguinte forma: *Dezoito quintilhões, quatrocentos e quarenta e seis quatrilhões, setecentos e quarenta e quatro*

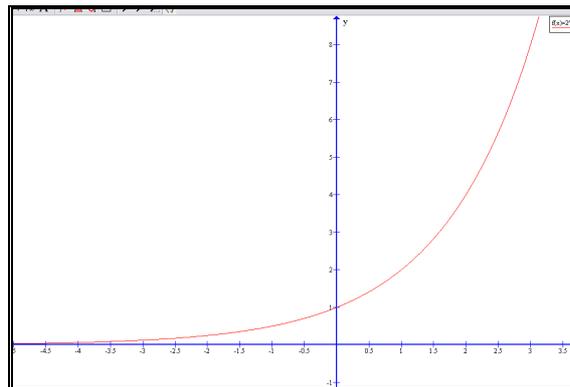


Relato de Experiência

trilhões, setenta e três bilhões, setecentos e nove milhões e seiscentos mil grãos de trigo.

Para complementar a atividade proposta e contribuir para a compreensão dos conceitos matemáticos, é importante solicitar aos alunos que realizem a representação gráfica da função $y = 2^x$ no aplicativo *Graph* (Figura 2). Neste momento pode-se utilizar apenas a função $y = 2^x$, pois ela é uma função característica da função exponencial e menos complexa que a função proposta na situação de ensino, sendo que, essa função pode ser explorada após o estudo aprofundado das características principais da função exponencial. Para uma melhor compreensão das diferentes representações da função exponencial, é importante a construção gráfica de outras funções, tais como, $y = 3^x$, $y = 4^x$, $y = 1.2^x$, $y = 1^x$, $y = 0.5^x$, $y = 0.2^x$, $y = 0.9^x$, $y = 2^{x-1}$ e $y = 2^{x+1}$.

Figura 2: Gráfico da função $y = 2^x$.



A partir da observação e análise dos gráficos, pode-se questionar os alunos e os instigar a identificar as características e regularidades da Função Exponencial, possibilitando a identificação de diferentes registros deste objeto matemático. É importante que o aluno anote e identifique o que ocorre em cada gráfico, ou seja, é preciso identificar que o gráfico da função é representado por uma curva exponencial, que à medida que aumentamos o valor de a (base) a curva se aproxima do eixo y (valores maiores que 1), que à medida que diminuimos o valor de a a curva se aproxima do eixo x (valores entre 0 e 1) e, que se a é igual a um, a representação gráfica é uma reta (DANTE, 2000). A partir dessas observações, é necessário que o professor as relacione com a definição da Função Exponencial, salientando o Domínio e a Imagem da Função Exponencial.



Relato de Experiência

Considerações Finais

Buscamos neste artigo, apresentar algumas possibilidades de exploração de um bloco de aulas desenvolvido durante o curso de Matemática. Pode-se perceber a importância da utilização de diferentes recursos e metodologias de ensino, com enfoque à investigação Matemática e manipulação de materiais. Ao realizar tais atividades, o professor possibilita ao aluno um maior envolvimento e compreensão significativa dos conceitos matemáticos.

Infelizmente “os alunos continuam sendo treinados para armazenar informações e para desenvolver a competência no desempenho de manipulações algorítmicas (Coxford e Shulte 1995 p. 2)”. Para que tal situação se reverta é importante que os professores busquem novas alternativas de ensino, principalmente no que tange ao ensino da Álgebra, pois é importante que os alunos compreendam, de fato os conceitos matemáticos.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Volume 2. Brasília, 2006.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.

_____. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *PCN⁺: Ensino Médio – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC, 2002.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As idéias da álgebra**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações – Ensino Médio**. 2ª Edição. São Paulo: SP, Editora Ática, 2000. (1º Ano)

RIO GRANDE DO SUL, Secretaria de Estado da Educação.. **Referencias Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática e suas Tecnologias**. Secretaria de Estado da Educação, Departamento Pedagógico: Porto Alegre, RS: SE/DP, 2009.