

MATEMÁTICA E FOTOGRAFIA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO/APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

GT 05 – Educação Matemática: tecnologias informáticas e educação a distância

Marcus Vinicius de Azevedo Basso – UFRGS– mbasso@ufrgs.br

Fabiana Fattore Serres – UFRGS – fabiana.serres@ufrgs.br

Franciele Corti – UFRGS– franciele@email.it

Resumo: No presente texto procuramos relatar uma experiência que busca investigar a contribuição do uso de ambientes virtuais, em particular aqui os *pbwikis*, para a aprendizagem de matemática. Descrevemos a dinâmica da proposta de trabalho que busca unir matemática e fotografia no estudo de funções e destacamos parte da análise, a partir dos registros dos estudantes e professores, acerca do uso das mídias digitais como recursos potencializadores da interação e cooperação entre os sujeitos envolvidos e da contribuição para a aprendizagem de matemática. Por fim apresentamos os resultados parciais e nossas perspectivas futuras.

Palavras-chave: Funções matemáticas; cooperação; pbwikis; ead.

Introdução

As novas tecnologias da informação aliadas a mudanças sociais, culturais e a grande quantidade de informação disponível estão modificando o perfil dos estudantes. Ora, se muda o perfil dos estudantes, o perfil da Escola e dos professores não deveria também mudar? O que os estudantes necessitam da Educação não é somente mais informação, mas a capacidade de buscar, organizar, interpretar e dar sentido a toda esta informação oferecida, ou seja, a Escola deve proporcionar ao aluno capacidades de aprender que lhes permitam uma apropriação crítica da informação. Precisamos auxiliar os estudantes a construírem estratégias de aprendizagem própria, formular seu próprio ponto de vista, tornando-se aprendizes autônomos, isto é, criar estratégias e condições para que esses alunos, além de adquirirem conhecimentos específicos, modifiquem sua forma de encarar os desafios propostos. (Pozo, 1993)

Mas o que fazer para construirmos esta “mudança” em nossa prática diária? A cada aula que passa mais conteúdo vamos apresentando aos alunos e estes com atenção fazem anotações em seus cadernos. Em alguns momentos destas aulas estamos nós lá falando e explicando as características e o comportamento da função quadrática, em outros lá estão os alunos resolvendo exercícios e traçando gráficos envolvendo estes mesmos conceitos. Ao analisar o

desenvolvimento do exercício resolvido pelos alunos, ou então ao ajudá-los nesta resolução escutamos e nos questionamos sobre suas perguntas:

“Sora, aqui é aquele troço de Bháskara né?”

“Posso desenhar esta parábola assim com dois traços retos? É que fica mais fácil, fazer assim tortinho não fica igual dos dois lados”.

“Deu número negativo na raiz agora não dá mais pra fazer, então eu escrevo o que?”

Temos certeza de que eles estão aprendendo a usar os algoritmos trabalhados em sala de aula para a resolução dos exercícios, mas será que estão aprendendo e compreendendo o que é uma função quadrática? Suas características, seu comportamento?

Quando estamos ensinando um conteúdo que depende de outro de uma série anterior, com frequência ouvimos os alunos dizerem: “a gente nunca viu isso” ou “a gente aprendeu isso na oitava, mas a gente nem se lembra mais”. Porque acontece esta “perda” no caminho? Será que um dos motivos desta perda não é o fato de os alunos aprenderem a usar algoritmos para resolver problemas, mas não atribuírem muito sentido a eles. Talvez para eles, nesta fase das suas vidas, não faça mesmo sentido aprender função quadrática. O que estamos querendo dizer é que muitos dos nossos alunos usam algoritmos sem refletir sobre seu significado e, pensamos nós, com isso eles não estão aprendendo matemática.

Freqüentemente, em uma aula de resolução de exercícios escutamos eles dizerem: “Ba sora, esta questão tá muito difícil, cai na prova?” Esta fala do aluno demonstra o objetivo da maioria deles: aprender a resolver e com isso passar na prova. Se respondemos: “Não, na prova não cai este tipo de questão”, quase que de imediato a questão é deixada de lado. Já não tem importância.

Mas o que fazer então para que os alunos aprendam matemática e não só a reproduzir ou usar algoritmos sem compreendê-los? Que atividades deveríamos apresentar aos alunos para atingir este objetivo? Concordamos que tais atividades deveriam envolver algo que atraísse a atenção deles, que eles gostassem de fazer. Observamos que os estudantes vivem as voltas com a internet, com *Orkut*¹ e *MSN Messenger*². Perguntamos então o que os atrai para estas atividades e constatamos que muitos deles freqüentemente estão com as máquinas fotográficas ou celulares com câmeras nas mãos registrando uma pose atrás da outra e estas

¹ “O **orkut** é uma rede social filiada ao Google, criada em 19 de Janeiro de 2004 com o objetivo de ajudar seus membros a criar novas amizades e manter relacionamentos. Seu nome é originado no projetista chefe, Orkut Büyükkökten, engenheiro do Google.” (Wikipédia - Orkut, acesso em 12/12/2008)

² “**MSN Messenger** é um programa de mensagens instantâneas criado pela Microsoft Corporation. O programa permite que um usuário da Internet se relacione com outro que tenha o mesmo programa em tempo real, podendo ter uma lista de amigos “virtuais” e acompanhar quando eles entram e saem da rede.” (Wikipédia – MSN Messenger, acesso em 12/12/2008)

fotos todas tem como destino os seus espaços virtuais. Portanto, já havíamos descoberto algo que os motivasse mas ainda precisávamos fazer conexão com a Matemática. Tendo conhecimento da existência de um software matemático que possibilita a importação de imagens como plano de fundo, o *Régua e Compasso*³, tivemos a seguinte idéia: combinar fotografia e Matemática no estudo de funções. Como já havíamos cumprido com o conteúdo estipulado pela disciplina faltando apenas trabalhar com os alunos translações com todas as funções estudadas, faríamos isso até o fim do ano. Então já tínhamos decidido o tema, os objetivos, precisávamos combinar como os alunos fariam os registros deste trabalho, já que ele precisava ser avaliado. Escolhemos então um ambiente virtual de comunicação chamado *pbwiki*. *Pbwiki* é um site na *web* que permite trabalho colaborativo, qualquer usuário pode editar seu conteúdo de modo fácil como se este estivesse usando um simples editor de texto. (Wikipédia – Pbwiki, acesso online em 12/12/2008). Além disso, os *pbwikis* tm algumas ferramentas que auxiliam o trabalho: um histórico que permite ao professor avaliar a evolução dos registros dos alunos, a possibilidade de cadastrar um e-mail que receberá um aviso cada vez que alguma página for alterada e o uso de *RSS feed*, uma ferramenta usada para facilitar o acesso do usuário a uma grande quantidade de informações.

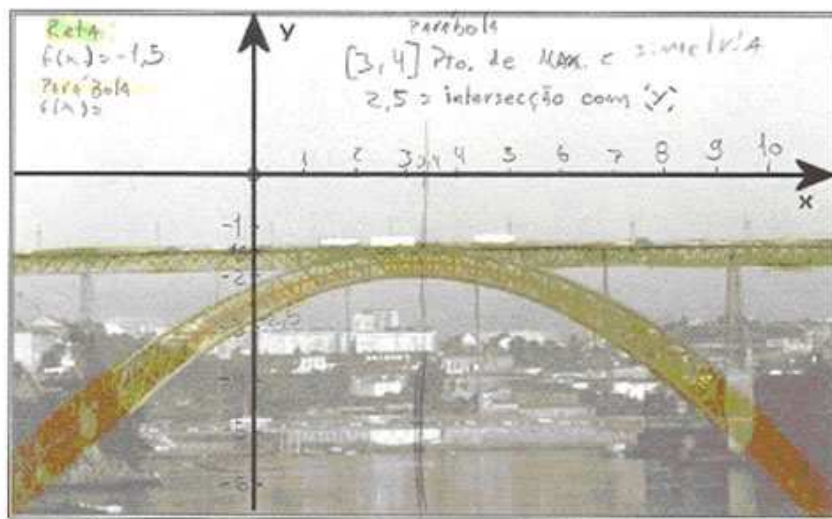
Dinâmica de trabalho

Apresentamos então a idéia aos alunos usando muitas fotos questionando-os que funções poderíamos traçar sobre elas para representá-las. Combinamos que faríamos este trabalho em dois momentos: no primeiro eles pegariam imagens da *internet* para desenvolver o trabalho, e no segundo então, faríamos uma saída todos juntos para tirarmos fotos para o trabalho já que depois de usar o software régua e compasso com as imagens da *internet*, eles já saberiam o que estão procurando e saberiam qual o melhor ângulo da fotografia e assim por diante.

Os alunos ficaram bastante entusiasmados também com a idéia, segundo eles porque teriam uma aula diferente e também porque aplicariam o que estavam aprendendo.

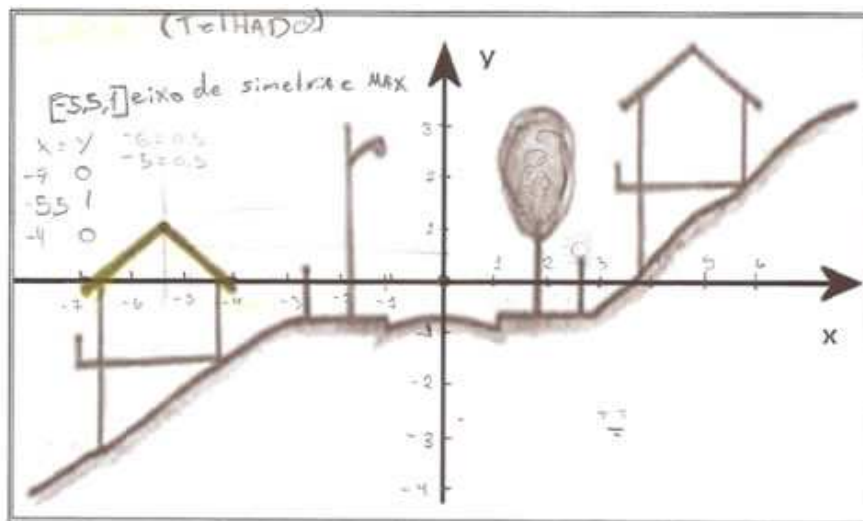
Como primeira atividade levamos imagens que possuíam curvas que podiam ser representadas por funções conhecidas pelos alunos como o exemplo abaixo:

³ “O aplicativo “Régua e Compasso” (C.a.R.), desenvolvido pelo professor René Grothmann da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha, é um software de geometria dinâmica plana gratuito” (Bortolossi, acesso online em 12/12/2008)



http://www.fe.up.pt/~azr/pontes/luis_fig.htm

Figura 1 – Pontes e Parábolas



<http://www.homekit.com.br/images/terreno2.JPG>

Figura 2 – Retas e inclinações

Combinamos que eles deveriam procurar a lei da função usando tudo que eles conheciam e que nós iríamos responder todas as suas perguntas, mas não iríamos ensinar “como se faz para transladar as funções”. Os alunos aceitaram a proposta e experimentaram um estranhamento diante da nova atividade, afinal eles estavam acostumados a primeiro prestar atenção nas explicações sobre como resolver os algoritmos e depois aplicavam estes algoritmos em exercícios. Agora era diferente, eles precisavam descobrir “como se faz”.

Destacamos abaixo a imagem de alguns alunos tentando resolver o desafio:



Figura 3 – trabalho em equipe



Figura 4 – trabalho em equipe

O interesse dos alunos foi geral, até aqueles alunos que costumam apenas “assistir” as aulas sem interagir trabalharam. Ao final da aula eles entregaram o que tinham conseguido até então e combinamos que digitalizaríamos os trabalhos deles, publicaríamos em seus *pbwikis* e no encontro seguinte iríamos ao laboratório trabalhar com as mesmas imagens, porém desta vez fazendo uso do programa *Régua e Compasso*.

No encontro seguinte no laboratório os alunos aprenderam a usar o software *Régua e Compasso* com muita facilidade. A proposta da atividade era que via tentativas eles procurassem observar um padrão no comportamento de translação das funções. O resultado da atividade foi muito positivo, eles conseguiram transladar as funções sem ajuda das professoras e chegaram a algumas conclusões importantes:

“Sora a gente já descobriu que pra parábola ficar de cabeça pra baixo o “a” tem de ser negativo”.

“Pra subir ou descer a parábola a gente tem de trocar o “c” né?”

“Sora olha só pra ficar pra baixo a gente deixou o “a” negativo, pra descer ela um pouquinho mudamos o c e agora queremos fazer ela caminhar pra direita, a gente acha que dá se a gente trocar o “b” agora mas a gente ainda não descobriu como”.

Os registros dos alunos

Depois de muitas tentativas os alunos fizeram os registros da atividade no *pbwiki* do grupo descrevendo as etapas, os procedimentos e os raciocínios matemáticos usados para resolver o desafio.

Abaixo destacamos alguns extratos destes registros:

Essa função foi a mais difícil, porque ainda não fizemos a última! :) Começamos chutando um valor para 'c', e como não tem raízes não colocamos valores para 'b'. Porém, depois descobrimos que a função tinha sim o 'b'. E começamos a chutar valores para ele. E para 'a', percebemos que a parábola é aberta, e então o 'a' tinha que ser um número menor que 1. Depois de várias tentativas achamos a resposta que é: $-1/8 \cdot x^2 + 1/2 \cdot x - 1.5$

<http://matfotos.pbwiki.com/GRÁFICOS2-93> - Grupo 2

No extrato acima percebemos que as alunas descrevem a estratégia que utilizaram com uma linguagem bem descontraída, característica importante da orientação da nossa proposta. Elas dizem: *como não tem raízes não colocamos valores para 'b'. Porém, depois descobrimos que a função tinha sim o 'b'*. Esta fala das meninas demonstra que elas refletiram sobre seus procedimentos mudando sua estratégia. Depois quando elas escrevem: *E para 'a', percebemos que a parábola é aberta, e então o 'a' tinha que ser um número menor que 1*, a intenção delas era dizer que precisavam de um número fracionário como coeficiente de x^2 , mas elas dizem apenas menor que 1 sem explicar a distinção entre o “a” ser negativo para a parábola ser côncava para baixo e o “a” estar no intervalo (0,1) para que a parábola “abrisse” como elas disseram.

Na fala destacada abaixo vemos que as meninas compreenderam a proposta do desafio quando falam: *Para desenhar o gráfico nós fomos por tentativas a partir do que aprendemos em aula*. A seguir descrevem a sua estratégia usando uma simbologia para representar a lei da função igual a usada no software régua e compasso ($f(x) = -1/4 \cdot x^2 + x/2 - 0.75$) e não a da sala de aula ($1/4x^2 + x/2 - 0.75$) demonstrando terem compreendido a “linguagem” do software régua e compasso.

Para desenhar o gráfico nós fomos por tentativas a partir do que aprendemos em aula. No começo colocamos x^2 , pois é uma função quadrática, depois colocamos negativo pois é côncava para baixo. Para ver onde a parábola cruzava o eixo y, colocamos o 0,75 que era o que melhor se aproximava da realidade. Para que a parábola fosse mais aberta, sabíamos que tinha de ser um número menor que um e fomos tentando até chegar no 1/4, que era o número que multiplicava o x^2 . O b foi pela tentativa até chegarmos no $b = x/2$, no final nossa função ficou: $f(x) = -1/4 \cdot x^2 + x/2 - 0.75$.

<http://matfotos.pbwiki.com/Grupo+++5-93> - Grupo 5

Da mesma maneira, destacamos a explicação de um grupo de alunos que, anteriormente, em sala de aula, não demonstravam clareza nos conceitos trabalhados e que através dessa abordagem conseguiram entender a lógica do comportamento gráfico das funções.

Para fazer nossa parábola, nós primeiro fizemos uma lei que ficou meio distante do que deveria ser, depois nós usamos translação para ela ficar com o eixo de máximo no local certo e depois usamos a contração para ela alargar e ficar de acordo com a ponte. Por último determinamos a imagem e o domínio da função para ela ter um fim no lugar certo.

<http://matfotos.pbwiki.com/Grupo+10> - Grupo 10

Ao final do laboratório combinamos que publicaríamos o link do software Régua e Compasso no site para que eles continuassem a trabalhar em casa, e que nós também acessaríamos os *pbwikis* registrando comentários acerca de cada trabalho e também sugestões para que eles continuassem a desenvolver esta proposta. Abaixo destaco um diálogo via *pbwiki* com um grupo de estudantes:

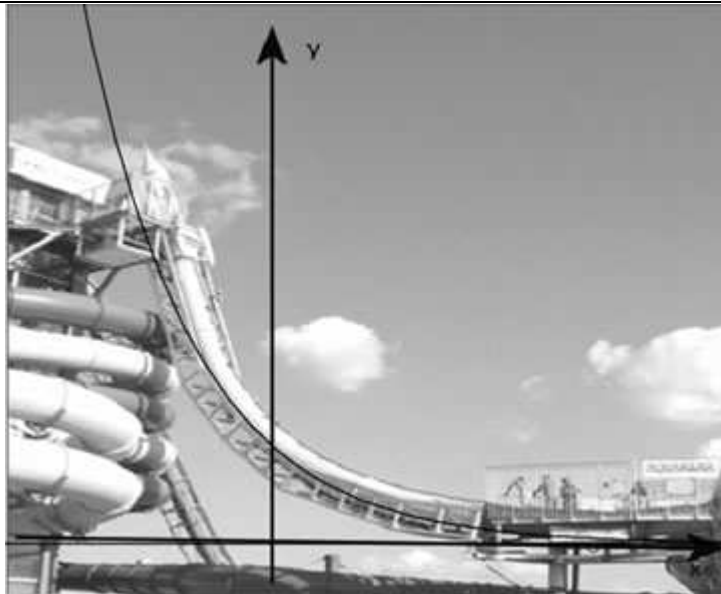


Figura 5 – queda d'água e exponencial

aluna xxxxx (05/11/2008): Nosso grupo chegou a essa conclusão depois de muitas tentativas, e descobrimos que a função seria $f(x)=2^x$.

Profa xxxxx (06/11/2008): Oi eu estava olhando esta função que vocês encontraram aí em cima e pensei: Hummm, se eu colocar 4 na máquina então vai sair 16 daí olhei pro gráfico e fiquei confusa. O que vocês acham?

aluna xxxxx (06/11/2008): Nosso grupo chegou a essa conclusão depois de muitas tentativas, e descobrimos que a função seria $f(x)=2^{1/x}$

Profa xxxxx (07/11/2008): Gente, eu ainda estou confusa. Se eu colocar 4 na máquina agora vai sair $2^{1/4}$. Está certo isso? Vamos pensar mais um pouquinho?

aluna xxxxxx (19/11/2008): Fomos no programa e vimos realmente que aquela função deu um gráfico meio confuso. Agora conseguimos entender qual realmente é a função usando a regra básica da propriedade da potência transformando a base em fração e elevando realmente ela no expoente x. beijosssssssss

$$f(x)=2^{-x} = (1/2)^x$$

<http://matfotos.pbwiki.com/Grupo+++3-93> - Grupo 3

Resultados e perspectivas

O fato dos alunos “procurarem” as leis das funções por tentativa e erro permitiu que eles refletissem sobre os seus próprios procedimentos e raciocínios matemáticos enquanto procuravam um padrão para que pudessem generalizar e construir o conceito de translação de funções. Essas reflexões, por sua vez, criaram as possibilidades e condições para que esses estudantes modificassem a maneira como enfrentam as tarefas e os desafios, ou seja, que a cada desafio vencido eles reelaborassem sua maneira de aprender a aprender. (Pozo, 2003)

Pelos diálogos destacados acima percebemos que esta proposta de trabalho permite que o professor obtenha a informação de como os alunos estão “entendendo” os conceitos abordados em aula e os alunos por sua vez tem um atendimento individualizado por parte do

professor, ou seja, esta proposta possibilita a criação de um canal de comunicação que permite trabalho em grupo cooperativo e a interação entre aluno-aluno e entre aluno-professor.

Trabalhar em grupo, respeitando as idéias dos colegas, possibilitou aos alunos desenvolverem estratégias de aprendizagem próprias e atitudes autônomas. Fazer-se perguntas e tirar suas próprias conclusões formando seu ponto de vista, influenciando suas atitudes futuras e contribuindo para a aprendizagem de matemática, (Pozo, 2003) foram alguns dos resultados obtidos com a dinâmica de trabalho descrita.

Acreditamos nas possibilidades desta proposta, e pretendemos dar prosseguimento em 2009 à sua implementação com alunos das demais turmas do Ensino Fundamental e Médio do CAP-UFRGS, com característica interdisciplinar.

Temos a intenção de prosseguir com este trabalho tentando responder algumas questões que nos movem:

- Quais são os limites e quais são os benefícios desta proposta para o fazer pedagógico do professor e para a aprendizagem dos estudantes?
- Que possibilidades são oferecidas pelos pbwikis que não conseguiríamos apenas com o trabalho em sala de aula?
- Quais são as diferenças dos conceitos de aprender e ensinar no trabalho com os *pbwikis* em relação ao trabalho em sala de aula?

Concluímos que a proposta apresentada se mostrou favorável a apropriação de novos conceitos, capacidades e atitudes por parte dos alunos, contribuindo, portanto, para a aprendizagem de matemática.

Referências

BORTOLOSSI, Humberto José. **Régua e Compasso (C.a.R.)** Disponível em <<http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/car.overview.html>>. Acesso online em 12/12/2008.

PIAGET, Jean. **O trabalho por equipes na escola**. In: Revista Psicopedagogia. São Paulo: USP, 1996.

POZO, Juan Ignacio. **Aprendizagem de conteúdos e desenvolvimento de capacidades no ensino médio**. In: COLL, César. Psicologia da aprendizagem no ensino médio. Porto alegre: Artmed, 2003.

WIKIPÉDIA. **MSN Messenger**. Disponível em <http://pt.wikipedia.org/wiki/MSN_Messenger>. Acesso em 12/12/2008.

WIKIPÉDIA. **Orkut**. Disponível em <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Orkut>>. Acesso em 12/12/2008.

WIKIPÉDIA. **Pbwiki**. Disponível em <<http://pt.wikipedia.org/wiki/PBwiki>>. Acesso em 12/12/2008.