

APRENDENDO MATEMÁTICA ATRAVÉS DE INVESTIGAÇÕES - VIVÊNCIA COM O ENSINO MÉDIO

GT 02 – Educação Matemática no Ensino Médio e Ensino Superior

Anisia Olegário – UNIJUÍ - anisia.olegario@unijui.edu.br

Vanessa Faoro – UNIJUÍ - vanefaoro@yahoo.com.br

Cátia Maria Nehring – UNIJUÍ - catia@unijui.edu.br

Marta Cristina Cezar Pozzobon – UNIJUÍ - marta.pozzobon@unijui.edu.br

Resumo: Esta produção tem como objetivo apresentar uma experiência vivenciada a partir das atividades desencadeadas no Laboratório de Ensino de Matemática da UNIJUÍ – Campus Santa Rosa/RS. A vivência se efetivou com alunos dos 3º anos do Ensino Médio, nas Escolas localizadas na região de abrangência do Campus de Santa Rosa, como uma das metas do projeto: Laboratório de Ensino de Matemática – Apoio Pedagógico para Ação Docente, vinculado ao Programa de Extensão. Nesta atividade houve a exploração da Geometria Espacial, a partir da vivência de investigação sobre os favos das abelhas – Por que as abelhas constroem seus alvéolos na forma de um prisma hexagonal? Por meio desta atividade, temos como propósito refletir sobre a importância das investigações e dos materiais manipuláveis nas aulas de matemática.

Palavras-chaves: Laboratório de Ensino de Matemática; Geometria Espacial; Investigações Matemáticas.

Introdução

Durante as experiências vivenciadas pelo Laboratório de Ensino de Matemática da Unijuí – Campus Santa Rosa/RS, com alunos dos 3º anos de Ensino Médio das Escolas da Região de abrangência da Universidade, desenvolvemos atividades de investigação matemática. Estas atividades exploram a Geometria Espacial por meio de materiais didáticos manipuláveis, como os sólidos geométricos e o favo de mel, a partir de um exemplo de situação do cotidiano. As atividades foram organizadas de modo a contemplar a mobilização de distintas representações matemáticas, envolvendo investigações de sólidos geométricos.

A experimentação nas aulas de Matemática envolve o uso de materiais didáticos. Estes materiais são definidos por Lorenzato (2006) como qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem, sendo que há vários materiais didáticos: giz, calculadora, softwares, etc., entre esses estão os materiais manipuláveis. Os materiais manipuláveis, por sua vez, são “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar”. (PASSOS, 2006, p. 78 apud MATOS & SERRAZINA, 1996).

Os materiais manipuláveis permitem ao estudante, inicialmente, utilizar o tato e a visão, em seguida surgiram imagens, representações ou desenhos. Após viria a língua natural, permitindo aos estudantes a reelaboração do interpretado. Em seguida surge o registro escrito do que foi vivenciado, podendo ocorrer por meio da reprodução de figuras ou da língua

falada. Finalmente viria a linguagem matemática, com seus símbolos próprios. (LORENZATO, 2006)

Os conceitos matemáticos a serem adquiridos pelos sujeitos, com o auxílio do professor, bem como as representações destes conceitos não estão nos materiais didáticos, mas nas ações interiorizadas pelo sujeito, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações e relações que realizam, necessitando para isso o estabelecimento de abstrações e generalizações. (NEHRING, POZZOBON, 2007).

De acordo com os PCN (1998) o ensino de matemática precisa proporcionar ao aluno vivências de situações próximas e que lhe permitam reconhecer a diversidade ao seu redor, podendo assim atuar e compreender as situações vivenciadas no cotidiano. Isto torna o processo de ensino aberto e imprevisível, estabelecendo uma visão da matemática como processo em construção, que pode ser evidenciado mediante atividades de investigação e desencadear aprendizagens matemáticas significativas.

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão “detetivesca” indispensável á verdadeira fruição de Matemática. (BRAUMANN apud PONTE, 2003, página 19)

Neste trabalho, propomos-nos a contribuir com as discussões a partir da vivência de Investigações Matemáticas realizadas nas Escolas da rede pública, considerando as potencialidades de exploração dos alunos, considerando os encaminhamentos do docente. Esta produção colabora com a nossa de vivência de momentos marcantes na licenciatura, possibilita a aproximação com a escola, em atividades colaborativas e os processos reflexivos que podem ser gerados em diferentes momentos da atividade, contrapondo o porquê da forma geométrica escolhida pelas abelhas. (PEREZ, 1999).

Uma atividade de ensino

Uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver. Por isso, não é de admirar que, em matemática, exista uma relação estreita entre problemas e investigações. O matemático inglês Ian Stewart indica quais são as características dos bons problemas:

Um bom problema é aquele cuja solução, em vez de simplesmente conduzir a um beco sem saída, abre horizontes inteiramente novos [...] um interessante e autocontido pedaço da matemática, concentrando-se num exemplo judiciosamente escolhido, contem normalmente em si o germe de uma teoria geral, na qual o exemplo surge como um mero detalhe, a ser embelezado à vontade. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA; 2003, p. 16).

Nesta atividade, propomos-nos a contribuir com as discussões sobre o Trabalho Encantador das Abelhas, mediante a explicitação de uma Investigação Matemática vivenciada por alunos do 3º anos do Ensino Médio de Escolas Públicas. A investigação será feita com base no seguinte questionamento: Por que as abelhas constroem seus alvéolos na forma de um prisma hexagonal?

Surpreendentemente a Natureza nos apresenta criações que são modelos matemáticos. Entre elas merece destaque o hexágono, figura de seis lados que se diz regular quando todos eles têm o mesmo comprimento e os mesmos ângulos. A forma hexagonal está presente nos flocos de neve, nas moléculas, nos cristais, nas formas marinhas e principalmente nos favos de mel. Isto nos leva a pensar na representação do prisma de base hexagonal, na capacidade e no volume deste prisma em relação aos prismas de base triangular, de base quadrangular...

A vida e a organização social das abelhas sempre despertou grande curiosidade ao homem, mas foi somente a partir do século XIX, devido a estudos de apicultores americanos que a vida das abelhas foi equiparada a uma verdadeira sociedade organizada.

Vale à pena citar nesta atividade uma curiosidade fabulosa sobre as abelhas. No século XVIII Réaumur ao se referir as abelhas enunciou o problema desta forma: Como construir no menor espaço, células regulares e iguais, com a mesma capacidade de volume, empregando a menor quantidade de matéria prima possível?

Diante do interesse pela organização das abelhas, que apresentamos as atividades realizadas, com turmas dos 3º anos, com duração de 50 minutos. Começamos instigando se os alunos sabem como as abelhas se organizam, se conhecem um favo de mel, como elas constroem seus alvéolos.

As abelhas com certeza não entendem nada de geometria, mas se observarmos uma colméia nos surpreenderemos, com a forma dos alvéolos de mel. Mostramos o favo de mel para os alunos, e falamos sobre o mesmo e questionamos: O que são os alvéolos? Qual a finalidade e a forma geométrica dos alvéolos? Os alunos ficaram em dúvida quanto ao nome da forma geométrica dos alvéolos, depois concluindo ser na forma hexagonal. Questionamos: Por que as abelhas utilizam a forma de um prisma hexagonal?

Olhares curiosos surgiram, cochichos também, pensaram um pouco e respostas surgiram como: Porque a abelha é redonda; para se adaptar melhor a entrada da abelha, pois ela irá colocar o mel dentro dos alvéolos; por causa das paredes; hexagonal! Porque tem seis lados; sei lá! Não estudei ainda; e porque elas gostam desse sólido.

Então, conversamos sobre os conhecimentos em relação a um prisma de base hexagonal. Por que não poderia ser de forma cilíndrica, quadrangular ou triangular? Para a nossa surpresa, alguns questionaram, outros não, mas ninguém soube responder. Os alunos formaram grupos para tentar descobrir o porquê, através do recorte das figuras e dos cálculos.

Comentamos que levadas por um instinto admirável, as abelhas procuram obter para seus alvéolos uma forma que seja mais econômica, isto é, que apresenta maior volume ou maior capacidade, para a menor porção de material empregado.

Hoje em dia é comum encontrar, nos mercados latas de óleo, de conservas e outros alimentos armazenados em embalagens com bases redondas, e como veremos mais adiante são as embalagens mais econômicas em função do volume, mas todos nós sabemos que as abelhas de qualquer lugar do mundo armazenam seu mel em favos construídos com alvéolos em forma de prismas hexagonais geminados. Por qual motivo as abelhas escolheriam os prismas com base hexagonal?

Dentro deste plano de trabalho é preciso que a parede de um alvéolo sirva também ao alvéolo vizinho. Logo o alvéolo não pode ter formas cilíndricas, pois a falta de paredes comuns entre eles deixaria uma grande quantidade de espaço sem aproveitamento. Portanto, era preciso, para o alvéolo adotar uma forma prismática, pois encheriam totalmente o espaço sem deixar aberta, por isto as paredes devem ser comuns.

Os gregos foram os primeiros a verificar e comprovar que triângulos, quadrados e hexágonos são os únicos polígonos regulares que se complementam naturalmente para preencher um espaço plano. Este conceito foi e é muito usado pelos muçulmanos em suas pinturas, uma vez que sua religião não permite desenhar seres humanos. Assim, é certo dizer que os únicos prismas regulares cujos lados se encaixam perfeitamente são os triângulos, quadrangulares e hexagonais.

Através da nossa ajuda, os alunos chegaram à conclusão que as abelhas não escolheram a forma cilíndrica, pois para que tivesse economia, suas paredes serviriam também de paredes vizinhas, além de sobrar espaço entre um cilindro e outro. Para o triângulo e o quadrado a conclusão foi que gastariam muito material na construção das paredes e mais tempo para se trabalhar.

As aprendizagens desencadeadas pela vivência

A Matemática mostrada nos conteúdos tem sempre uma finalidade: fazer o aluno aprender pensando e raciocinando, e não apenas decorando o conteúdo; relacionar a matéria estudada em sala de aula, com o dia-a-dia e para isso, não deixando de lado os cálculos/exercícios.

A finalidade das oficinas de Matemática é desenvolver habilidades, raciocínios, competências, apresentar o conteúdo de uma maneira clara e objetiva, mostrando o surgimento de cada conteúdo, relacionando com o nosso cotidiano, além de refletir o espírito da matemática contemporânea. Percebemos a necessidade de mudanças do currículo de matemática, deixando de lado o modo tradicional de dar aula, visando o exercício da cidadania, que pressupõe o acesso aos conhecimentos Matemáticas.

A investigação matemática aproxima o aluno das atividades matemáticas, criando um caráter diferenciado, pois estas podem ser propostas sem um enunciado que evidencie o que é proposto e o que é pedido. “O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o professor.” (PONTE et al, 2003, p. 23).

De acordo com Ponte (2003, p.21), as Investigações Matemáticas acontecem em um processo pedagógico constituído de momentos (QUADRO 1). Estes momentos evidenciam o potencial das metodologias de ensino que estão pautadas por um fazer matemático como um processo em construção, que exige do aluno uma participação ativa na proposição de questões, na elaboração de hipóteses, na testagem e comprovação. Neste sentido, a investigação matemática se diferencia das demais atividades de ensino e aprendizagem pela ênfase dada ao processo, pois nestas as situações de ensino “são mais abertas – a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição.” (PONTE, 2003, p. 23). Acreditamos na necessidade de vivência de situações de ensino, na formação de professores, no sentido de promover mudanças curriculares, ou seja, proporcionar a reflexão sobre incorporação de métodos de ensino na prática docente, capazes de assegurar um aprendizado significativo para a matemática.

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none">• Reconhecer uma situação problemática• Explorar a situação problemática• Formular questões
-------------------------------------	---

Conjecturas	<ul style="list-style-type: none">• Organizar dados• Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura).
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none">• Realizar testes• Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none">• Justificar uma conjectura• Avaliar o raciocínio ou o resultado do Raciocínio

Quadro 1: Momentos na realização de uma investigação

Os conceitos matemáticos

A palavra geometria vem de origem grega, formada por *geo* (terra), *metria* (medida). Há cerca de 5 000 anos, os agrimensores egípcios eram capazes de marcar terrenos e medir seus perímetros e áreas. Era uma tarefa importante porque determinava quanto de imposto cada dono de terra pagaria. Esse conjunto de conhecimentos que possibilitava a medida de terras foi chamado de GEOMETRIA, pelo historiador grego Heródoto. A partir de 600 a.C., os gregos avançaram muito nesses conhecimentos. Assim, a geometria deixou de servir apenas para a medição de terra, transformando-se na ciência que estuda figuras como retângulos, cubos, esferas, etc, um dos ramos fundamentais da matemática. Apesar dos egípcios serem os primeiros agrimensores, antes deles alguns povos pré-históricos já mostravam conhecimento de geometria e quadrados, usando simetrias variadas.

O sólido geométrico escolhido pelas abelhas é o prisma de base hexagonal. Dentre tantos outros Poliedros e Corpos Redondos, escolheram um prisma. Vejamos o porquê:

Os poliedros são classificados em Regulares e Irregulares. Dentre os prismas está o sólido de base triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal, octogonal, entre outros. Mas o Prisma de base hexagonal regular foi escolhido pelas abelhas, pelo simples fato de ser o que ocupa menos material para ser confeccionado, tendo uma maior capacidade em relação aos outros, além de se encaixar perfeitamente um do lado do outro.

A dedução para acharmos a Área Total desse prisma é a seguinte: Somamos a Área Lateral com duas vezes a Área da Base. $AT = Al + 2.Ab$. Como ele é um hexagonal reto e regular, sabemos que as medidas das arestas são as mesmas. Para calcularmos sua Área da superfície da base, aplicaremos a fórmula da área do triângulo equilátero e multiplicaremos por seis.

Vejamos como calcular a Área de Superfície da Base: $6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

Para calcularmos a Área Lateral aplicaremos a fórmula da Área de um Retângulo e multiplicamos por 6, pois são seis lados. Vejamos como ficará: $A_l 6 \cdot b \cdot h$

Após calcularmos a Área da base e a Área Lateral, aplicamos a fórmula já conhecida - $AT = Al + 2.Ab$

Então saberemos a quantidade de material usada para confeccionar o Prisma de Base Hexagonal Regular Reto. Se aplicarmos estes mesmos conceitos para outros Poliedros e Corpos Redondos, perceberemos que o escolhido pelas abelhas foi um dos sólidos que menos ocupou material para ser construído, com maior volume.

Considerações finais

A atividade realizada com os alunos do 3º anos das Escolas Públicas do Ensino Médio comprova que materiais manipuláveis, como Sólidos Geométricos e favo de mel, são recursos didáticos que oportunizam aos alunos um meio de criar as primeiras representações de um conceito matemático.

A apreensão conceitual dos objetos matemáticos, levando em conta o material manipulável e os registros de representação, necessita a ação dos sujeitos para o acesso aos objetos, visando o processo de análise e generalização dos conhecimentos matemáticos.

A vivência da atividade oportunizou a reflexão sobre a necessidade de atividades que exijam a participação dos alunos, o levantamento de hipóteses, a testagem e a comprovação a partir da manipulação de materiais, de questionamentos, de atividades em grupo,...

Neste sentido, é importante destacar as ações do professor na organização de situações de ensino-aprendizagem em sala de aula, a qual perpassa as suas concepções sobre a Matemática e as formas de aquisição dos objetos matemáticos. Assim, o professor de Matemática precisa conhecer tanto os conteúdos específicos de sua área quanto a maneira de ensinar aos estudantes tais conteúdos. Sendo que, a utilização do material didático depende mais da concepção do professor a respeito da Matemática e da arte de ensinar do que do próprio material (LORENZATO, 2006).

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

LORENZATO, S. (org). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores** (coleção formação de professores). São Paulo: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática** (coleção formação de professores). São Paulo: Autores Associados, 2006.

PEREZ, G. Formação de Professores de Matemática sob a Perspectiva do Desenvolvimento Profissional. In: BICUDO, M.A.V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários e Debates).

DOLCE, Oswaldo e POMPEO, N. José. Livro: **Fundamentos de Matemática Elementar** (Geometria Espacial – posição e métrica).

GIOVANNI, José e BONJORNO, José. Livro: **Matemática - Uma Nova Abordagem** versão 2 (FTD).

PAIVA, Manoel. Livro: **Matemática** – Volume único, editora Moderna – 1º edição.

IMENES e LELLIS, **Microdicionário de Matemática** – Para o 1º Grau, Editora Scipione.

NEHRING, C. M; POZZOBON, M. C. C. Refletindo sobre o material manipulável e a ação docente. **EREM**, Ijuí, 2007.