

CONTRIBUIÇÕES DO GEOGEBRA NO ENSINO- APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ANALÍTICA

GT 02 – Educação Matemática no Ensino Médio e Ensino Superior

Andriele Grippa Colpo- URI/Santiago andriele-colpo@hotmail.com

Danusa de Lara Bonoto- URI/Santiago danusalb@urisantiago.br

Deise Maria Maciel Melo Berta- URI/Santiago deisemarberta@hotmail.com

Maria Arlita da Silveira Soares- arlit.s@bol.com.br

Marta Geovana Scolare Corsini- martagcorsini@hotmail.com

Resumo: O presente trabalho relata a prática pedagógica realizada com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de Santiago/RS. Na realização desse trabalho foram desenvolvidos conteúdos relacionados à Geometria Espacial e Analítica, utilizando como ferramentas didáticas o software matemático Geogebra e materiais manipuláveis. Para tanto, foram elaboradas seqüências de ensino, fundamentadas nos princípios da Engenharia Didática. Durante a prática pedagógica podemos constatar que as novas tecnologias, entre elas o software Geogebra, permitem “despertar” nos alunos a curiosidade e o interesse para aprender conteúdos matemáticos, em especial da geometria analítica.

Palavras chaves: Geometria, Geogebra, Seqüências de Ensino.

Introdução:

Este trabalho tem por objetivo relatar a prática pedagógica realizada numa escola da rede estadual de Santiago/RS, com uma turma do 3º ano do Ensino Médio, turma esta na qual realizamos nosso primeiro Estágio Curricular em Ensino de Matemática I¹, constituído de quatorze horas aula, distribuídas em cinco aulas semanais no laboratório de informática da escola.

Durante essa prática pedagógica desenvolvemos conteúdos relacionados a Geometria Espacial e Analítica, entre eles: poliedros em suas diversas classificações, ponto, reta, semi-retas, segmento de retas, paralelismo e perpendicularismo de retas, distância entre dois pontos, ponto médio, triângulos. Cabe ressaltar que o conteúdo desenvolvido foi sugerido pela professora regente da turma, pois esse conteúdo seria trabalho por ela a partir da próxima aula. No entanto, um imprevisto ocasionou um atraso no desenvolvimento do conteúdo de geometria analítica pela professora, assim sendo os primeiros conceitos desse campo matemático foram desenvolvidos por nós.

¹ Este estágio é realizado no VI semestre do curso de Licenciatura em Matemática da URI/Santiago e tem por objetivo desenvolver aulas de matemática, utilizando como ferramenta as novas tecnologias da informação.

Para tanto, utilizamos como ferramentas didáticas o objeto de aprendizagem “Geometria da Cidade” e software matemático Geogebra². Optamos por esse software porque é um software gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Por um lado, o GeoGebra possui todas as ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas e seções cônicas. Por outro lado, equações e coordenadas podem ser inseridas diretamente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

Os conteúdos foram desenvolvidos por meio de seqüências de ensino, fundamentadas nos princípios da Engenharia Didática, foram elaboradas análises *a priori* e análise *a posteriori* para possibilitar uma reflexão sobre a prática (práxis), procurando sempre relacionar materiais manipuláveis e as ferramentas proporcionadas pelo software, bem como explorar as várias representações dos objetos matemáticos, com o intuito de desenvolver no aluno capacidades de visualização, análise e raciocínio, essenciais para a atividade matemática.

Para este relato, optamos por trazer um pouco da experiência vivenciada no trabalho desenvolvido com o auxílio do software Geogebra para ensinar e aprender os conceitos de distância entre dois pontos, ponto médio e pontos notáveis de um triângulo, conteúdos esses trabalhados na terceira e quarta aula do referido estágio.

O uso de softwares matemáticos no ensino de Geometria Analítica

As avaliações nacionais entre elas: SAEB, ENEM revelam grandes dificuldades dos alunos do Ensino Médio em relação ao campo da Geometria. Esses resultados podem ser ocasionados, principalmente, pelo fato de que no terceiro ano ocorre uma mudança considerável nos conceitos até então trabalhados, ou seja, a introdução da geometria analítica.

No entanto, a geometria analítica proporciona aos alunos do Ensino Médio a oportunidade de tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos, conhecendo uma forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações. (BRASIL, 2002). O que revela a importância desse conteúdo na formação do aluno.

Assim, para que o ensino da geometria analítica não se torne apenas um apanhado de fórmulas a ser decoradas, o professor deve levar o aluno a perceber que uma mesma situação

² Esse software foi objeto da tese de doutorado de Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburgo na Áustria em 2002.

pode então ser solucionada utilizando diferentes representações matemáticas, de acordo com suas características, bem como “construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles”. (BRASIL, 2002, p. 125)

Além disso, a aluno não pode ser passivo diante das atividades propostas e sim autores das construções que dão sentido ao conhecimento matemático, ou seja, o professor deve possibilitar ao aluno o ‘fazer matemática’: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar.” (GRAVINA, 1998, p.1)

Para tanto, emergem os recursos tecnológicos como uma ferramenta que potencializam o ‘fazer matemática’ e trabalhar com as várias representações do mesmo objeto matemático, conforme Gravina:

Os programas que fazem ‘traduções’³ entre diferentes sistemas de representação apresentam-se como potentes recursos pedagógicos, principalmente porque o aluno pode concentrar-se em interpretar o efeito de suas ações frente as diferentes representações, até de forma simultânea, e não em aspectos relativos a transição de um sistema à outro, atividade que geralmente demanda tempo. (1998, p. 11)

Dentre esses recursos tecnológicos, em especial no trabalho com geometria, destaca-se os softwares de geometria dinâmica que:

São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas, são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem as propriedades geométricas intrínsecas ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento (GRAVINA, 1996, p. 6)

Um software que vai além da geometria dinâmica é o Geogebra, podendo ser classificado como um software de Matemática Dinâmica, pois apresenta concomitantemente a representação geométrica, como um software de Geometria Dinâmica, e ainda a representação algébrica (coordenadas de pontos, equações de retas, de circunferências, ...).

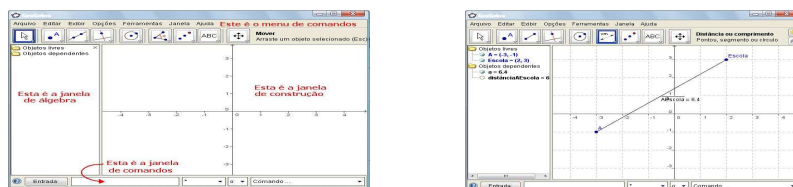


Figura 1: Janelas do software Geogebra

³ Esses programas são denominados, em geral, softwares educativos, quando oferecem “suporte as concretizações e ações mentais do aluno; isto se materializa na representação dos objetos matemáticos na tela do computador e na possibilidade de manipular estes objetos via sua representação”. (GRAVINA, 1998, p. 10)

Além das contribuições na atividade cognitiva relacionada à matemática os softwares contribuem para aumentar a motivação dos alunos para a aprendizagem. No entanto, esses recursos não ensinam por si só, é imprescindível que o professor esteja preparado para elaborar situações de aprendizagem, sendo uma das formas mais eficientes a elaboração de sequências de ensino, pois esse método enfatiza “a valorização das ações do aluno, porque envolve conceitos, proposições, problemas e afasta a concepção de que o saber matemático está preelaborado e pode ser transmitido para o aluno” (PAIS, 2006, p. 28), ou seja, o professor deve coordenar as ações dos alunos durante a realização das sequências, levando-os a adquirir e significar o conhecimento matemático.

A noção de sequência de ensino é abordada pela Engenharia Didática e organizada em quatro fases, conforme Machado (2002):

- *Análises preliminares*: nessa fase, o pesquisador/professor ainda busca o quadro teórico orientador do processo e os conhecimentos didáticos adquiridos previamente sendo que estas informações serão retomados e aprofundadas nas demais fases desta metodologia;
- *Análise a priori*: comporta uma parte de descrição e outra de previsão e está centrada nas características de uma situação a-didática que se quis criar e que se quer aplicar aos alunos visados pela experimentação.
- *Experimentação*: fase de realização da engenharia com a turma de alunos por meio do contato com o pesquisador e/ou professor. Nesta etapa também ocorrem a “institucionalização” dos conceitos trabalhados na atividade aplicada.
- *Análise posteriori e validação*: apóia-se sobre os dados colhidos durante a experimentação, bem como das produções dos alunos em classe ou fora dela, realizando assim a confrontação entre as análises *a priori* e *a posteriori*.

Embasados nos princípios da Engenharia Didática e das potencialidades proporcionadas pelas novas tecnologias, em especial o software Geogebra, desenvolvemos o nosso estágio com o intuito de tornar a aprendizagem da geometria analítica mais significativa, ou seja, buscando desmistificar o fato de que essa geometria não passa de um “apanhado de fórmulas”. Tendo vivenciado essa experiência de forma positiva decidimos relatar algumas etapas relevantes desse trabalho.

Uma experiência com o software Geogebra e materiais manipuláveis no ensino de Geometria Analítica

Ao elaborarmos as aulas para a realização do estágio buscamos atividades que levassem os alunos a experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar os conceitos de geometria analítica, surgindo naturalmente daí o processo de argumentação e dedução das leis.

Partindo desses pressupostos, na primeira aula após a apresentação do software Geogebra e suas características, retomamos conceitos da geometria plana, em especial os postulados de Euclides e trabalhamos o plano cartesiano, visto que nosso objetivo era introduzir conteúdos da geometria analítica.

Na terceira aula, tínhamos por objetivo levar os alunos a estabelecerem a generalização para distância entre dois pontos. Para isso, inicialmente, solicitamos aos alunos que plotassem pontos pré-determinados que resultassem em segmentos paralelos aos eixos, onde a determinação da medida era quase imediata, bastava contar as unidades. Posteriormente, pedimos que determinassem a distância entre dois pontos que resultavam em um segmento inclinado, levando-os a verificarem que a estratégia até então utilizada não era válida para essa situação. Por meio de questionamentos orais e da visualização dos objetos construídos instigamos-os a formularem conjecturas que solucionassem esse problema. Neste momento alguns alunos identificaram na construção (segmentos paralelos aos eixos e o segmento oblíquo) a possibilidade de formarem um triângulo retângulo com a aproximação dos segmentos, percebendo que a aplicação do Teorema de Pitágoras solucionaria o problema em questão.

Após, determinarem a distância entre dois pontos para vários segmentos, utilizando como “suporte” o triângulo retângulo levamos os alunos a generalizarem a fórmula para essa distância e aplicarem na classificação de triângulos quanto aos seus lados.

Para concluir essa aula, lançamos um desafio, cujo objetivo era que os alunos conseguissem estabelecer uma relação entre os conceitos da geometria analítica e da geometria plana. Para tanto, os alunos deveriam marcar vários pontos e uni-los de acordo com a ordem do exercício, descobrir a figura formada (figura 2) e determinar a área total da mesma. Cabe ressaltar que na realização dessa atividade a janela da álgebra encontrava-se fechada, fazendo com que os alunos determinassem as medidas dos lados das figuras usando a fórmula da distância entre dois pontos e a área de cada figura (quadrado, triângulos e paralelogramo), utilizando as fórmulas da geometria plana. Ao concluírem a atividade conferiram as medidas encontradas acessando a janela da álgebra que fornecia as medidas dos lados das figuras.

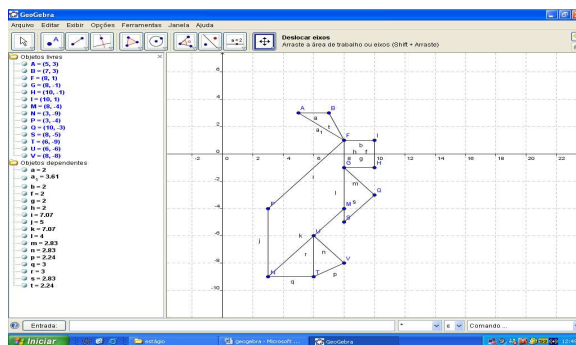


Figura 2: Coelho

Fonte: Adaptado de: <http://mandrake.mat.ufrgs.br/%7Eemat01074/20072/grupos/ahmr>

Na quarta aula, nosso objetivo era explorar o ponto médio de um segmento para construir triângulos “estáveis”⁴, em especial o isósceles que necessita do ponto médio, bem como trabalhar os pontos notáveis de um triângulo, por meio da utilização do software e materiais manipuláveis.

Entre os objetivos da utilização dos materiais manipuláveis era levar os alunos a induzir uma relação para o cálculo do ponto médio. Para tanto, partimos de uma situação hipotética, envolvendo uma fita de papel com 50cm de comprimento, na qual solicitamos aos alunos que conjecturassem uma maneira de determinar a medida central da fita, considerando vários extremos. Os alunos perceberam que para solucionar essa questão deveriam somar os valores dos extremos da fita e dividir por dois (média aritmética). Embasados nessa situação e utilizando os recursos do software foram capazes de transferir essa constatação para a situações envolvendo pares ordenados. Vale ressaltar que a formalização desse conceito ficou sobre a responsabilidade da professora regente.

Para explorar o conceito de ponto médio e suas aplicações tanto na geometria analítica quanto na geometria plana, pedimos aos alunos que criassem um triângulo isósceles, especificando os pares ordenados utilizados para os vértices. Acreditávamos que os alunos usariam os eixos para definir os dois lados iguais do triângulo, expectativa essa que foi superada, pois alguns alunos utilizaram noções intuitivas de mediatriz na sua construção, enquanto outros ficaram presos às unidades proporcionadas pelo software (malha quadriculada). No entanto, quando pedimos que movimentassem a construção os alunos perceberam que o triângulo não mantinha suas propriedades, sendo que aqueles que haviam utilizando noções intuitivas de mediatriz verificaram que ao moverem o ponto no sentido vertical o triângulo permanecia isósceles, mas quando movimentaram os pontos da base a construção se alterava.

⁴ Estamos utilizando o termo estável para designar construções que ao movimentarmos mantém suas propriedades.

Partindo das constatações dos alunos explicamos que a construção deles não se mantinha estável, porque eles ao definirem o terceiro vértice do triângulo utilizando a reta que dividia o segmento ao meio não fixaram o ponto médio desse segmento, ou seja, não utilizaram a reta mediatriz ao segmento. Chegamos finalmente, ao objetivo principal desta atividade que era conceituar mediatriz de um segmento, medianas e baricentro, conceito esse que foi significado por meio da utilização de uma experiência de equilíbrio com um triângulo confeccionado em papel cartão, um lápis e uma maçã, a qual permitiu o entendimento do baricentro como sendo o centro de massa. Sendo assim, exploramos a invariância das construções por meio da manipulação dessas, pois segundo Gravina (1998, p. 10) “Um aspecto importante do pensamento matemático é a abstração da invariância, e para o seu reconhecimento e entendimento nada é mais próprio que a variação”, proporcionadas pelo software Geogebra.

Nesta aula ainda trabalhamos a construção “estável” de triângulos equiláteros, bem como os demais pontos notáveis do triângulo, ou seja, circuncentro, ortocentro e incentro.

Na última aula do estágio aplicamos um questionário aberto, com o intuito de verificarmos as contribuições da prática pedagógica na aprendizagem dos alunos e o reflexo da mesma em sala de aula. Para isso, tanto os alunos quanto a professora regente responderam a esse questionário, que era constituído de questões diferenciadas para ambos os grupos.

Ao analisarmos esses questionários podemos constatar que os recursos utilizados para o desenvolvimento das aulas, bem como nossas explicações contribuíram para a motivação e aprendizagem significativa dos alunos em relação aos conceitos trabalhados de geometria analítica, como podemos constatar na fala de um aluno *“as aulas me ajudaram muito, pois cada questão que eu tinha que fazer na aula ‘normal’, era só lembrar das figuras mostradas, das retas e os pontos que facilitava o desenvolvimento dos exercícios propostos”* e da professora *“... os conteúdos desenvolvidos no laboratório de informática e a prática pedagógica adotada foi de grande valor para a aprendizagem dos alunos, tendo em vista que despertou maior interesse e curiosidade sobre os conteúdos trabalhados”*

Entendemos que é possível explorar diversos outros conteúdos matemáticos com auxílio das novas tecnologias, ganhando-se tempo, motivação e aumentando-se o nível de compreensão dos alunos. No entanto, apenas os softwares de Geometria Dinâmica não podem ensinar conteúdos matemáticos. Para que o ensino com esse recurso possa ser efetivo é preciso que o professor esteja preparado para elaborar um planejamento que explore ao máximo tais programas. Além disso, é preciso que haja material didático de apoio a essas aulas.

Considerações Finais

A experiência vivenciada durante a prática pedagógica, aqui relatada, nos permitiu refletir sobre o significado e a importância do planejamento quando os recursos a serem utilizados são as novas tecnologias. Sendo assim, podemos constatar que os princípios da Engenharia Didática contribuíram para atingirmos nossos objetivos, em especial o de levar os alunos a “fazer matemática”, ou seja, experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar, pois ao elaborarmos a análise *a priori* era necessário estabelecermos objetivos para cada atividade que constituía a sequência, bem como prever o que poderia acontecer na situação didática. E, a análise *a posteriori* permitia confrontarmos a produção dos alunos com as previsões apontadas na análise *a priori*, potencializando a reflexão sobre a prática.

Além disso, com a realização deste trabalho verificamos que as novas tecnologias, entre elas o software Geogebra, permitem “despertar” nos alunos a curiosidade e o interesse para aprender conteúdos matemáticos, em especial da geometria analítica onde é possível inclusive comprovar as propriedades dos polígonos, tornando-os estáveis. Cabe ressaltar que não estamos supervalorizando o potencial das novas tecnologias, mas acreditamos que um trabalho utilizando esses recursos pode garantir uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria**. IN: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, 1996

GRAVINA, M. A. SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados**. IN: Anais do IV Congresso RIBIE, 1998.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo. EDUC, 2002, pp. 197-208.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

<http://mandrake.mat.ufrgs.br/%7Emat01074/20072/grupos/ahmr/desenvolvimento-atividade-geogebra.html>. acessado em 22 de outubro de 2008.