

FUNÇÃO LOGARITMO: UMA ABORDAGEM A PARTIR DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

GT 02 – Educação Matemática no Ensino Médio e Superior

Ingo Valter Schreiner - UNIVATES – ingo@univates.br

Resumo

Sabe-se que o conceito de função tomou forma com os trabalhos de Nicole de Oresme no século XIV. Ele começou a descrever formalmente as variações dinâmicas da natureza no seu “Tratado sobre as latitudes das formas”. Antes a matemática descrevia e estudava apenas a geometria, os números com suas operações e suas teorias, equações, em geral coisas estáticas e que não variavam com o tempo. Estas descrições da natureza de Oresme eram feitas de forma discursiva e com auxílio da geometria, pois não existia simbologia algébrica e a geometria analítica só viria a ser criada por Descartes três séculos mais tarde. Nesta época foi desenvolvida a aritmética, foram criados os algoritmos da soma, da subtração, da multiplicação e da divisão que hoje ainda são estudados nas séries iniciais do ensino básico. Também foram criados algoritmos para a extração de raízes quadradas e cúbicas.

A evolução do comércio, as descobertas de terras desconhecidas e o financiamento das grandes expedições marítimas necessitavam cada vez de mais matemática e de uma matemática melhor. O conceito de função e os algoritmos aritméticos satisfaziam em parte esta demanda, mas não eram suficientes. A matemática até aí conhecida não dava conta de resolver problemas de matemática financeira que envolviam juros compostos como por exemplo: calcular a taxa de juros diária de um capital emprestado a uma taxa mensal de 30%. Para resolver estas dificuldades seria necessário encontrar uma função que transformasse produto em soma, pois esta função transformaria divisão em subtração, potenciação em multiplicação e radiciação em divisão. Unidos com esta função seria possível determinar a taxa de juros diária, que necessita da extração de uma raiz trigésima, mediante uma divisão por 30. Havia exemplos na matemática de que isso deveria ser possível, basta observar a sequência (2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256,...) que é uma progressão geométrica, nela o produto do terceiro termo com quinto termo fornece o oitavo termo, onde $8=3+5$. Inspirados por esses exemplos matemáticos como Bürgi, Briggs e Napier dedicaram suas vidas na construção de tabelas, suficientemente completas e práticas, que permitiam transformar multiplicação em

adição e as quais serviam às necessidades do comércio, das navegações, da astronomia e das ciências da natureza e da própria matemática.

No minicurso serão construídas diferentes tabelas que permitem transformar produto em soma. Parte-se do seguinte problema: “Quer-se encontrar uma função, expressa numa tabela, que transforme multiplicação em soma e que transforme um número positivo diferente de 1, digamos 4, em 1”. Inicialmente investigarão em que valores serão transformados os números 16, 64, 256, os números 1, 2, 8, 32 e os números 0,5 e 0,25. Procura-se, então, estimar em que valor será transformado o número 3 e o número 5 e verifica-se, se estas estimativas são coerentes com as propriedades da função, a qual deve transformar produto em soma. Com auxílio de uma calculadora científica procura-se estimar esses valores até três ou quatro casas decimais. Uma vez compreendido o processo de estimar esses valores, completar-se-á a tabela para qualquer número desejado. A seguir estas tabelas serão utilizadas para resolver cálculos envolvendo potenciação, radiciação, multiplicação e divisão os quais são impossíveis de serem efetuados com os algoritmos estudados no ensino fundamental como, por exemplo, o cálculo da taxa diária de juros, cuja taxa mensal é 30%.

O passo seguinte será comparar estas tabelas, que são tabelas de funções logaritmo em diferentes bases. Esta comparação permite ao participante descobrir a relação existente entre duas funções logaritmo e com esta relação construir funções logaritmo numa base qualquer.

Esta forma de abordagem da função logaritmo é diferente da abordagem apresentada nos livros didáticos de matemática para o ensino médio. Ela envolve os alunos em atividades coletivas de investigação com ajuda da calculadora científica, permitindo que construam em grupo seu conceito de função logaritmo sem a imposição do professor e do livro didático. Além disso essa construção do conceito da função logaritmo está baseada diretamente nas propriedades operacionais dos logaritmos. Ao passo que a concepção de função logaritmo como sendo a função inversa da função exponencial, apesar de matematicamente correta e utilizada nos livros didáticos, apresenta vários obstáculos à aprendizagem, à compreensão e à aplicação dos logaritmos em situações-problema. Nesta concepção os alunos precisam memorizar as propriedades e as regras dos logaritmos para poder utilizá-las, mas eles não compreendem como as grandezas variam na função logaritmo, isto é, como a função logaritmo se comporta. Isto deixa os alunos desmotivados e desinteressados, criando dificuldades ao professor na condução do trabalho em sala de aula.

Para concluir o minicurso, será trabalhada a função logaritmo natural, também chamada função logaritmo neperiano. Para isso os participantes devem traçar o gráfico da função

$y=f(x)=1/x$ em papel quadriculado e computar a área $A(x)$ da região limitada pelo gráfico e pelo eixo horizontal da abscissa 1 até a abscissa x , fazendo x variar em intervalos de comprimento 0,1 e anotar os valores de x e do valor correspondente da área $A(x)$ numa tabela. Ao analisar a tabela, descobre-se que a área $A(x)$, como uma função de x , é uma função que transforma multiplicação em adição. Assim esta função área $A(x)$ é uma função logaritmo e cuja base é o valor de x cuja área $A(x)$ vale 1. Esta é uma forma que envolve os alunos em atividades matemáticas nas quais vão construindo o conceito de função logaritmo natural. Esta forma de abordar a função logaritmo já foi testada em salas de aula do Ensino Médio, do Ensino Superior e por estagiários do curso de licenciatura em Ciências Exatas sempre com uma satisfação dos alunos, pois envolvia-os em atitudes coletivas e investigativas.

Referências

COLERUS, Egmont. *Von Pythagoras bis Hilbert.* , Wien. Leipzig:Paul Zsolnay Verlag, 1948.
LIMA, Elon Lages. *Logaritmos. ção Fundamentos da Matemática Elementar.* Brasília: SBM, 1980.