

A INTERVENÇÃO DOCENTE NO ENSINO DE ÁLGEBRA: ATIVIDADES DE LIVRO DIDÁTICO E REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

GT 01 – Educação Matemática nos Anos Iniciais e Ensino Fundamental

Dra. Cátia Maria Nehring – UNIJUÍ/DeFEM/GEEM

catia@unijui.edu.br

MSc. Marta Cristina Cezar Pozzobon – UNIJUÍ/DeFEM/GEEM

marta.pozzobon@unijui.edu.br

Resumo: O presente texto discute o ensino de Álgebra a partir das dimensões propostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (1998) e da teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval (1993, 2003). Propomos, neste artigo, a seguinte questão investigativa: Como os registros de representação de Álgebra, propostos em uma coleção de Livros Didáticos do Ensino Fundamental, possibilitam os encaminhamentos docentes, considerando as duas transformações de representação semiótica - tratamento e conversão? Analisamos a coleção – Tudo é Matemática de 5ª a 8ª séries, de Luiz Roberto Dante (2002), trazendo recortes de situações de ensino, identificando os Registros de Representação algébricos. Diante destes registros, explicitamos os tratamentos contemplados e o papel do docente no planejamento, no encaminhamento e na sistematização de situações de ensino, na aprendizagem matemática entendida a partir da mobilização e da coordenação de registros de representação. A contribuição deste artigo é com a prática docente, explicitando a diferença entre o tratamento e a conversão dos Registros de Representação, na proposição de situações de ensino de conceitos algébricos, considerando os Livros Didáticos.

Palavras-chave: Livro Didático; Registro de Representação; Ensino de Álgebra; Intervenção Docente.

Introdução

As discussões sobre o ensino da Álgebra são importantes para a formação de professores de matemática, na perspectiva da formação inicial, nos cursos de Licenciatura em Matemática e de docentes em exercício profissional na Universidade e na Escola de Educação Básica. A perspicácia destas discussões está nas dificuldades encontradas pelos alunos dos diferentes níveis de ensino e dos professores em proporem atividades significativas ao ensino da Álgebra, extrapolando a idéia do ensino de álgebra aos processos algorítmicos de letras que substituem números, ou seja, o entendimento de que álgebra é que o “simples cálculo com letras” (LINS e GIMENEZ, 1997). Acreditamos baseadas em Lins e Gimenez, que precisamos avançar em um entendimento que a álgebra possa ser percebida como uma educação algébrica que se efetiva “... na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como uma ferramenta e não como objeto primário de estudo.” (1997, p. 109).

A álgebra, assim como a aritmética, enquanto campos matemáticos necessitam para ser ensinadas e aprendidas do desencadeamento de processos de generalização e abstração. Estes processos necessariamente passam pelo entendimento dos registros de representação. Isso significa que tanto os conceitos aritméticos – que para muitos professores são os mais simples – como os conceitos algébricos – considerados mais complexos – necessitam como conceitos matemáticos a elaboração de uma lógica que compreende as possibilidades de representação destes conceitos, pois o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas (DUVAL, 2003).

Com a pretensão de contribuir com os estudos e discussões em relação ao ensino da Álgebra, que em estudos anteriores (NEHRING, POZZOBON, 2008a, 2008b), consideramos as dimensões propostas nas Orientações Didáticas para o Terceiro e Quarto ciclos, dos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (Brasil, 1998), discutindo a importância da identificação dos registros de representação, pelos docentes, na proposição de situações de ensino. Identificamos as dimensões, os exemplos de situações de ensino propostos naquele Documento Oficial e as discussões dos Registros de Representação que podem ser contemplados nas atividades de ensino. Marcamos a possibilidade de um olhar investigativo sobre o proposto nos Livros Didáticos, pontuando a função deste material e a necessidade da “criação” didática pelo docente, considerando o objeto matemático com suas diversas representações.

Dando continuidade a pesquisa envolvendo a discussão de currículos de matemática e dos registros de representação, enfocamos, neste estudo, situações algébricas e possibilidades de ação do docente em matemática, na perspectiva da formação continuada como um processo complexo, incompleto e reflexivo. A escolha por este campo, como apontamos acima, justifica-se pelas dificuldades encontradas pelos licenciados, nos cursos de formação de professores de matemática, e pelos docentes em exercício, na Escola de Educação Básica, em relação à identificação dos registros de representação para o ensino de álgebra e o planejamento de atividades com vistas à aquisição conceitual neste campo de ensino.

Nesta investigação, identificamos e problematizamos as situações de ensino de Álgebra, considerando a necessidade de diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, para que ocorra a aquisição conceitual, mais especificamente, nos determos à identificação dos tratamentos apresentados nas atividades de uma coleção de Livros Didático. Acreditamos que a aprendizagem matemática envolve muitas variáveis que

ultrapassam as questões cognitivas, ancorando-se, muitas vezes, nas questões de uso estabelecidas nas relações de convivência. Porém, neste texto, centraremos nossa discussão no entendimento de que a aprendizagem matemática e seu ensino necessariamente passam por dois tipos de transformação de representações semióticas distintamente diferentes, o tratamento e a conversão. Por isso nossa questão geradora é como os registros de representação de Álgebra, propostos em uma coleção de Livros Didáticos do Ensino Fundamental, possibilitam os encaminhamentos docentes na perspectiva da teoria dos registros de representação, considerando o processo de tratamento e a possibilidade de conversão?

No intento de dar conta desta questão, definimos uma coleção de Livros Didáticos do Ensino Fundamental, indicada pelo PNLD (Brasil, 2008), que é do conhecimento da maioria dos professores da região de abrangência da UNIJUÍ e adotada como livro-texto por algumas instituições de ensino. Analisamos a coleção – Tudo é Matemática, de 5ª a 8ª séries, de Luiz Roberto Dante (2002), trazendo recortes de situações para o ensino de Álgebra. Estes recortes são problematizados a partir das dimensões propostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (1998) e da teoria dos Registros de Representação de Raymond Duval (1993, 2003), identificando os registros de representação – Registro Aritmético (RA), Registro Funcional (RF), Registro de Equações (REq), Registro Estrutural (RE), Registro Língua Materna (RLM) e Registro Figural (RFig). Analisamos as situações propostas na coleção, enfatizando o tratamento e as possibilidades de estabelecimento da conversão.

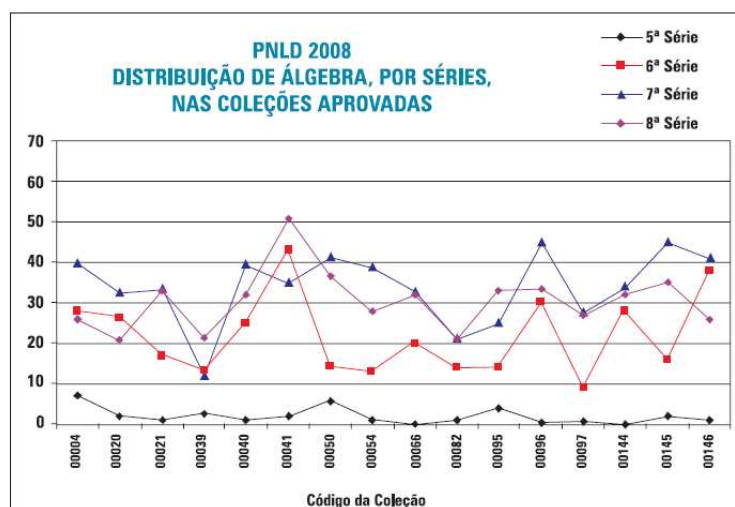
O ensino de álgebra em uma coleção de Livros Didáticos

Definimos como documento base para nossas análises o Livro Didático, devido ao papel que desempenha nas atividades de ensino e aprendizagem, muitas vezes, servindo de apoio ao planejamento do professor e outras, assumindo o papel de livro texto, único material de pesquisa dos alunos. Escolhemos a coleção de Livros Didáticos – Tudo é Matemática – 5ª a 8ª séries, de Luiz Roberto Dante, publicado em 2002 (1ª edição), pela Editora Ática. A opção pela Coleção deve-se ao conhecimento e a utilização desta como um recurso didático nas aulas de matemática de muitas escolas da região. E, também, os alunos do Curso de Matemática – Licenciatura, da UNIJUI optam por esta Coleção ao planejarem suas interações/intervenções com a Escola da Educação Básica.

Para trazeremos a Coleção, consideramos o Guia de Livros Didáticos PNLD, 2008 – Matemática, encontrado no portal do MEC, que identifica os Livros Didáticos, com uma síntese da avaliação das obras resenhadas. Neste Documento, encontra-se que na Coleção Tudo é Matemática

Os conteúdos dos vários campos são distribuídos de forma bem equilibrada em cada livro e na coleção, e verifica-se uma boa articulação entre esses campos. A obra também se destaca pela diversidade de representações matemáticas empregadas – língua materna, simbolismo matemático, gráficos, tabelas, diagramas, entre outras. (BRASIL, 2008, p. 64)

As representações matemáticas que aparecem na Coleção, também, apresentam-se de fundamental importância para a nossa escolha, principalmente pelas potencialidades de situações de ensino que podem ser desencadeadas em sala de aula, a partir dos encaminhamentos docentes. Com estes indicativos, focamos a nossa atenção no ensino de Álgebra proposto na Coleção. Podemos observar no gráfico abaixo a distribuição nas séries do ensino de álgebra nas diversas coleções avaliadas pelo PNLD. Chamamos atenção que a coleção, objeto de nossa análise, é identificada pelo código 0020.



(BRASIL, 2008, p. 31)

Pelo gráfico, percebemos que o autor tem a preocupação com o ensino da Álgebra, distribuindo os conteúdos em todas as séries, mas por outro lado, enfatiza as atividades algébricas na sétima série, o que é apresentado na maioria das coleções analisadas. Na sexta série propõe mais atividades do que na oitava e um pouco menos do que na sétima. De acordo com Guia de Livros Didáticos

O tratamento da álgebra, como uma generalização de relações numéricas, começa no volume da 5ª série. Outras dimensões desse campo são desenvolvidas progressivamente nas séries seguintes, com destaque para o estudo de funções no livro da 8ª série, apoiado na noção de correspondência entre grandezas variáveis. A

linguagem algébrica é bem apresentada, e os papéis das letras são explicitados com clareza. Contudo, no livro de 6ª série, é dada demasiada atenção ao cálculo algébrico, que é um assunto bastante técnico. (BRASIL, 2008, p. 65)

A partir do destacado acima, salientamos que a ênfase na exploração da álgebra na sétima série do Ensino Fundamental, às vezes, centraliza suas ações no ensino do cálculo algébrico, desconsiderando as outras dimensões que são propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998). Consideramos que esta é uma dimensão que compreende a álgebra como uma forma de substituição do número por letras, ou seja, cálculo com letras, mas não é a única, ou melhor, esta dimensão, não consegue possibilitar a elaboração conceitual.

Neste estudo sobre os registros de representação para o ensino de álgebra, mostramos que as situações abordadas na coleção de Livros Didáticos ultrapassam a dimensão equação em muitas atividades. Porém, exige do docente a identificação destas situações, a organização de planejamentos, os encaminhamentos didáticos e a avaliação, no sentido de ultrapassar o trabalho com uma única dimensão para o ensino da álgebra e focar o processo de conversão.

Os Registros de Representação e as situações de ensino de Álgebra

O aporte teórico dos Registros de Representação oportuniza a reflexão sobre o ensinar e o aprender matemática, entendendo que a atividade matemática, diferentemente das outras áreas do conhecimento como Física, Biologia Química, necessita de representações para o seu acesso, pois os objetos matemáticos não podem ser acessados perceptivelmente e nem instrumentalmente. Duval (2003, p. 15) discute que a “[...] compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas.” O autor considera que a importância da atividade matemática está na possibilidade de mobilização de vários registros de representação do mesmo objeto matemático e, também, na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação.

O acesso aos objetos matemáticos necessita de representações semióticas, que foram se ampliando com a evolução do conhecimento matemático. Este necessita de sistemas de representação para o seu desenvolvimento e comunicação. Diante destas reflexões, Duval (2003) pontua que é preciso não confundir o objeto matemático com as suas representações, justificando a importância de mobilizar no mínimo dois registros de representação para um mesmo objeto. Na perspectiva deste aporte teórico, um sistema semiótico exige a referência

aos signos, que possibilitam além da comunicação, pois são à base das atividades cognitivas, da apreensão do conhecimento.

Nas ações cognitivas estabelecidas a partir de um registro de representação semiótica, muitos registros podem ser mobilizados para um mesmo objeto matemático. Por exemplo, no ensino da Álgebra, são mobilizados vários registros de representação, como as equações, os gráficos, as figuras, a língua materna,... Estas representações de um mesmo objeto têm sentidos e tratamentos diferentes, que exigem um esforço cognitivo do aluno no sentido da mobilização e da coordenação destes registros. Duval (2003) destaca a existência destes dois tipos de transformações das representações semióticas, enfatizando as diferenças que existem nestes tipos de transformação ao propormos situações de ensino.

Em Nehring e Pozzobon (2008a, 2008b), explicitamos as idéias de tratamento e conversão, sustentadas pelos estudos de Duval e a partir dos PCN (BRASIL, 1998), consideramos as dimensões para o ensino de Álgebra, ampliando a discussão para uma identificação dos registros de representação, presentes nos conceitos algébricos. Diante disso, nesta produção, recorreremos ao entendimento de tratamento como um registro de representação no mesmo sistema de representação, “[...] transformada no interior do próprio registro, no qual ela foi elaborada.” (MARIANI, SOARES, 2008, p. 6). Pontuamos que na coleção de Livros Didáticos analisados o tratamento está bastante evidenciado, mesmo que haja uma diversificação de situações de ensino, mas estas se referem ao mesmo sistema de representação. E na conversão há a mudança de sistema, “[...] transformação desta em outra representação, conservando a totalidade/ou uma parte do conteúdo da representação inicial, mas modificando o sistema semiótico.” (idem, ibidem). Para que ocorra a conversão é necessário um processo de aprendizagem do aluno, no sentido de mobilização de registros e conversões e, principalmente, a intervenção do docente, na sua intencionalidade didática, com planejamentos que oportunizem os diversos tratamentos e o movimento produzido no sentido da mudança de sistema de representação e não de objeto matemático.

Com estas considerações, retomamos as dimensões propostas para o ensino da Álgebra, que enfatizam os usos das letras e os conceitos e conteúdos explicitados no PCN (BRASIL, 1998, 116-122):

- *Na dimensão Aritmética Generalizada* – uso das letras como generalização do modelo aritmético, com ênfase nas propriedades das operações;

- *Na dimensão Funcional* – o uso de letras como variáveis, expressa relações e funções;

- *Na dimensão Equação* – as letras entendidas como incógnitas, com ênfase na resolução de equações;

- *Na dimensão Estrutural* – letras como símbolos abstratos, ênfase nos cálculos algébricos e expressões.

Diante destas dimensões e da teoria dos Registros de Representação, trazemos uma primeira possibilidade de considerarmos os tratamentos possíveis para os conceitos algébricos, nos seguintes registros:

Registro Aritmético (RA) – expressão e generalização de padrões numéricos ou geométricos - identificando suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Linguagem algébrica como meio de expressão de situações, traduzindo e generalizando. Neste registro, podemos ter procedimentos no tratamento como a elaboração de modelos e a generalização de um padrão numérico ou geométrico, no sentido de **TRADUZIR** e **GENERALIZAR**;

Registro Funcional (RF) - sentido de função, expressando relações e variáveis. O tratamento não envolve o sentido da incógnita, mas a relação entre grandezas. As fórmulas compreendem este registro, pois é um tipo especial de generalização. É necessário identificar uma função para as letras, de variação e dependência. Neste registro, os tratamentos precisam considerar as variáveis como um argumento – representando os valores do domínio de uma função, ou um parâmetro – representando um número do qual dependem outros números.

Registro de Equações (REq) - sentido das letras como incógnitas ou constantes. O tratamento necessário a este registro é o trabalho com as sentenças algébricas, na perspectiva de encontrar sentenças equivalentes com a mesma solução, ou expressões mais fáceis de entender. Neste tratamento é importante a percepção, que, muitas vezes, o pensamento aritmético não sustenta o pensamento algébrico, por exemplo, a partir de uma equação $2x + 5 = 10$ a solução aritmética envolve subtrair 5 e dividir por 2, a forma algébrica envolve a multiplicação por 2 e a adição de 5, ou seja, as operações inversas. (**SIMPLIFICAR E RESOLVER**).

Registro Estrutural (RE) - sentido da letra como símbolo abstrato. Trabalha com expressões algébricas, tornando-as mais simples. Este procedimento pauta-se pela compreensão de regras, sustentadas pela linguagem algébrica, que possibilita o manuseio de expressões, ou seja, o cálculo algébrico. A variável é um símbolo arbitrário. O tratamento necessita do trabalho com estruturas e propriedades algébricas, ou seja, é a manipulação diferente, usando propriedades que são exatamente tão abstratas quanto a identidade que

tencionamos deduzir. Um exemplo deste registro é quando solicitamos aos alunos a fatoração de $x^2 + 2xb + b^2$.

Registro Língua Materna (RLM) - situações-problema representadas através da língua natural, por meio de associações verbais conceituais. Neste registro o tratamento se estabelece a partir de argumentos de observações e crenças com deduções válidas a partir de definições ou teoremas. O tratamento não é algoritmizável. Um exemplo são os problemas matemáticos do tipo: pensei em um número acrescentei 5 o valor é quinze. Que expressão representa tal situação?

Registro Figural (RFig) - identificação de propriedades das figuras geométricas ou utilização de gráfico. O tratamento para este registro envolve várias possibilidades. Quando trabalhamos com as figuras geométricas, precisamos considerar as apreensões operatórias e perceptivas e nos gráficos cartesianos a interpolação, identificação dos pontos, identificação dos pares ordenados, traçados, localização de posições.

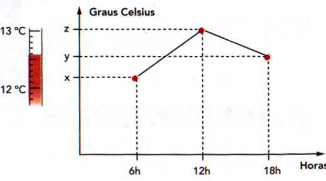
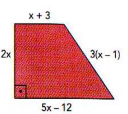
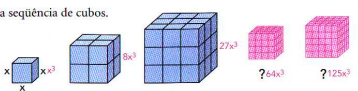
Tendo presente estes registros de representação, fizemos uma busca/triagem das situações de ensino propostas na coleção de Livros Didáticos, na perspectiva de identificar as situações de ensino que são propostas nesta coleção, explicitando seu tratamento e as possibilidades de conversão. Encontramos 48 situações¹ de registros de representação em relação ao ensino de álgebra. A partir desta identificação, mapeamos os registros de representação propostos nas situações de ensino, ou seja, seu tratamento. Percebemos que a maioria das situações de ensino explora dois registros de representação na mesma situação, porém isso não é uma condição para estabelecer o processo de conversão.

Identificamos abaixo, as situações que podem ser mais significativas para caracterizar a coleção de Livros Didáticos – Tudo é matemática em relação ao ensino de álgebra.

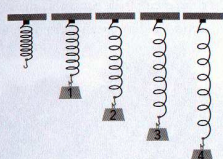
Situações de ensino da Coleção de Livros Didáticos e os Registros de Representação

Situações de ensino	Registros																				
<p>☞ Copie e complete a tabela em seu caderno.</p> <table border="1" data-bbox="284 1653 740 1704"> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>...</td><td>n</td><td>...</td> </tr> <tr> <td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>...</td><td>3 · n</td><td>...</td> </tr> </table> <p>Generalizando: um número natural múltiplo de 3 pode ser sempre representado por $3n$, em que n é um número natural.</p> <p>Assim:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se $n = 20$, qual é o valor de $3n$? $60 (3 \times 20)$ • Se $3n = 45$, qual é o valor de n? $15 (45 : 3)$ <p>(DANTE, 2002, p.54) 5ª série</p>	0	1	2	3	4	5	6	...	n	...	0	3	6	9	12	15	18	...	3 · n	...	<ul style="list-style-type: none"> - Registro Língua Materna - Registro Aritmético - Pode estabelecer conversão para o Registro Funcional
0	1	2	3	4	5	6	...	n	...												
0	3	6	9	12	15	18	...	3 · n	...												

¹ Este levantamento considerou a diversidade de apresentação nos registros de representação propostos, ou seja, quando o tratamento era o mesmo foram contados apenas uma vez. Por exemplo, determine o valor da equação algébrica. Calcule o produto dos polinômios, só foi identificado uma vez.

<p>16 Este termômetro mostra a temperatura de uma cidade às 6 horas de determinado dia. O gráfico de segmentos indica a variação da temperatura das 6h às 18h desse dia. Acompanhe mais estes dados:</p> <ul style="list-style-type: none"> Das 6h às 12h a variação de temperatura foi de 6,2 °C. Das 12h às 18h a variação foi de 3,5 °C. <p>Com base nessas informações, calcule em seu caderno os valores de x, y e z.</p> <p>$x = 12,6\text{ °C}$, $z = 18,8\text{ °C}$ (12,6 + 6,2), $y = 15,3\text{ °C}$ (18,8 - 3,5)</p>  <p>(DANTE, 2002, p.81) 6ª série</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Registro Língua Materna - Registro Figural - Não exige o processo de conversão, somente trabalha com dois registros. 												
<p>55 As medidas indicadas na figura do trapézio são em centímetros, e o seu perímetro é de 54 cm. Calcule a área da região determinada por esse trapézio.</p> <p>$162\text{ cm}^2 \mid x + 3 + 2x + 5x - 12 + 3(x - 1) = 54 \rightarrow x = 6$ $\text{Área: } 12 \cdot 9 + \frac{9 \cdot 12}{2} = 108 + 54 = 162$</p>  <p>(DANTE, 2002, p.279) 6ª série</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Registro Língua Materna - Registro Figural - Pode estabelecer o processo de conversão para o Registro Funcional. 												
<p>57 IMC é a sigla para índice de massa corporal, que permite a uma pessoa fazer o controle de seu "peso". O cálculo do IMC é feito usando a fórmula a seguir, e o controle, de acordo com a tabela abaixo:</p> $\text{IMC} = \frac{\text{massa}}{\text{altura} \cdot \text{altura}} \quad (\text{massa em kg e altura em m})$ <table border="1" data-bbox="414 1131 813 1198"> <thead> <tr> <th colspan="4">"Peso"</th> </tr> <tr> <th>Baixo</th> <th>Normal</th> <th>Pré-obeso</th> <th>Obeso</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Até 18,5</td> <td>De 18,6 a 24,9</td> <td>De 25 a 29,9</td> <td>Mais de 30</td> </tr> </tbody> </table> <p>Tomemos como exemplo uma pessoa com 70 kg e 1,64 m:</p> $\text{IMC} = \frac{70}{1,64 \cdot 1,64} = \frac{70}{2,6896} = 26,03 \text{ (aproximadamente)}$ <p>Consultando a tabela, podemos deduzir que essa pessoa é pré-obesa.</p> <p>a) Usando a fórmula do IMC, determine em que faixa da tabela está uma pessoa com 1,70 m de altura e 70 kg. Normal ($\text{IMC} = \frac{70}{1,70 \cdot 1,70} = 24,2$)</p> <p>b) Verifique qual é seu IMC e em que faixa da tabela você se encontra. Resposta pessoal.</p> <p>c) Uma pessoa tem 1,80 m de altura. Qual deve ser seu "peso" para que o IMC seja 20? $64,8\text{ kg}$ (massa x, $\frac{x}{1,8 \cdot 1,8} = 20 \rightarrow x = 20 \cdot 3,24 = 64,8$)</p> <p>(DANTE, 2002, p. 26) 7ª série</p>	"Peso"				Baixo	Normal	Pré-obeso	Obeso	Até 18,5	De 18,6 a 24,9	De 25 a 29,9	Mais de 30	<ul style="list-style-type: none"> - Registro Funcional - Não exige um processo de conversão, somente trabalha no mesmo tratamento.
"Peso"													
Baixo	Normal	Pré-obeso	Obeso										
Até 18,5	De 18,6 a 24,9	De 25 a 29,9	Mais de 30										
<p>5 Examine esta seqüência de cubos.</p>  <p>a) Quais são os próximos dois cubos? Desenhe-os em seu caderno.</p> <p>b) Agora, determine o volume de cada um deles. x^3, $8x^3$, $27x^3$, $64x^3$, $125x^3$</p> <p>c) Escreva uma seqüência com os cinco monômios encontrados. x^3, $8x^3$, $27x^3$, $64x^3$, $125x^3$</p> <p>d) O que ocorre com a parte literal de todos os monômios encontrados? São iguais a x^3.</p> <p>(DANTE, 2002, p. 157) 7ª série</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Registro Figural - Registro Aritmético - Registro Funcional - Não possibilita estabelecer o processo de conversão. 												

37 Alongamento de uma mola
Na engenharia pesquisa-se quanto uma mola se alonga em função da massa de um corpo preso a ela. Examine os valores da tabela e o gráfico abaixo obtidos em um experimento com determinada mola.



Massa (em kg)	Alongamento (em cm)
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12
p	a

Em seu caderno, faça o que se pede:

- Escreva uma fórmula que relacione o alongamento (a) com a massa (p). $a = 3p$
- Quantos centímetros essa mola alongaria se fosse colocado nela um corpo de 2,5 kg? E um corpo de 5 kg? 7,5 cm (3 · 2,5), 15 cm (3 · 5)
- Escreva com suas palavras o que significa a fórmula $a = 3p$. *Resposta pessoal.*
Espera-se que o aluno diga que nessa mola o alongamento produzido é o triplo da massa do corpo.
- Caso o comprimento inicial dessa mola fosse de 10 cm, qual seria a fórmula que forneceria o comprimento total da mola, em função da massa do corpo, após o alongamento? $c = 3p + 10$

(DANTE, 2002, p. 123) 7ª série

- Registro Figural
- Para o entendimento da situação exige a conversão para Registro Funcional e Registro Estrutural

27 Generalizações
As propriedades com as quais nós trabalhamos nas atividades anteriores podem ser generalizadas para a e b, números racionais diferentes de zero, e m e n, números naturais. Copie em seu caderno cada uma das propriedades das potências e complete-as.

- Produto de potências de mesma base: $a^n \cdot a^m = \blacksquare, a^{n+m}$
- Produto de potências de mesmo expoente: $a^n \cdot b^n = \blacksquare, (a \cdot b)^n$
- Quociente de potências de mesma base: $a^n : a^m$ ou $\frac{a^n}{a^m} = \blacksquare, a^{n-m}$
- Quociente de potências de mesmo expoente: $a^n : b^n$ ou $\frac{a^n}{b^n} = \blacksquare, (a : b)^n$ ou $\left(\frac{a}{b}\right)^n$
- Potência de fração: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \blacksquare, \frac{a^n}{b^n}$
- Potência de potência: $(a^n)^m = \blacksquare, a^{n \cdot m}$

(DANTE, 2002, p. 95) 7ª série

- Registro Estrutural
- Não exige um processo de conversão, somente trabalha no mesmo tratamento.

A maioria das atividades algébricas propostas na Coleção analisada envolve mais de um registro de representação, ou seja, tratamentos diferentes. Esta situação já mostra a complexidade do trabalho com os conceitos algébricos. E, ainda, uma característica marcante das situações de ensino propostas nos Livros Didáticos analisados é o trabalho com o tratamento e não com a conversão. As situações possibilitam o trabalho no mesmo sistema de representação, justificando seus procedimentos e não ampliando as possibilidades conceituais. Os registros característicos em cada série são: na 5ª série o RF, RLM e RFig, com ênfase para a exploração a partir de conceitos geométricos; na 6ª ênfase para o REq; na 7ª ênfase para o RE e na 8ª ênfase para o RF, RFig, RLM.

A intervenção docente no ensino de álgebra na perspectiva dos Registros de Representação

Partindo dos estudos de Duval (1993, 2003) sobre os Registros de Representação Semiótica, e centrando nas questões do ensino da matemática, ancoramos nossa investigação na problemática que circula no ensino de Álgebra para o Ensino Fundamental. Buscamos as

contribuições dos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (1998) ao apontarem as dimensões para a álgebra, embasados, principalmente, em Coxford e Shulte (1994), que discutem as finalidades deste ensino de acordo com as concepções de variáveis. A partir desta construção, recorreremos a uma Coleção de Livros Didáticos, na perspectiva de identificar algumas situações de ensino e os Registros de Representações com seus tratamentos e conversões.

A recorrência a Coleção de Livro Didático – Tudo é Matemática, permitiu a identificação dos tratamentos propostos, e como esta atividade é mais valorizada e trabalhada nas situações de ensino, do que a conversão. Em função desta identificação é que o trabalho docente se faz necessário, pois é fundamental que o docente identifique os tratamentos propostos nas situações, mas que amplie sua exploração, considerando a necessidade do estabelecimento de processos de conversão entre os registros de representação. Relembramos que na atividade de tratamento há uma permanência no mesmo sistema de representação e que esta transformação corresponde a procedimentos de justificação para o conceito trabalhado. Do um ponto de vista pedagógico é esta a procura dos docentes, na perspectiva de um melhor registro de representação a ser utilizado para que os alunos possam compreender o conceito ensinado. Por isso, há a ênfase nesta proposição, nas situações de ensino, da Coleção de Livros Didáticos, que caracterizam diferentes registros de representação à álgebra, porém estes registros não garantem a apreensão conceitual, pois não há necessariamente o desencadeamento de processos de conversão.

Mas, então, se encontramos diversas situações, com diferentes tratamentos, por que os alunos continuam com tantos problemas de aprendizagem em relação aos conceitos algébricos? Acreditamos que esta é a problemática central do ensino da matemática, principalmente na álgebra. A aprendizagem em matemática necessita de diferentes registros de representação, porém para que esta ocorra é necessário que seu ensino seja pautado por atividades de conversão. Estas necessitam de transformações, que exigem a mudança de sistemas de representação. Para esclarecermos estas discussões, recorreremos novamente a Duval ao considerar que

Do ponto de vista matemático, a conversão intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais potentes, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em um outro registro. Em outros termos, a conversão não tem nenhum papel intrínseco nos processos matemáticos de justificação ou de prova, pois eles se fazem baseados num tratamento efetuado em um registro determinado, necessariamente discursivo. (2003, p. 16)

Do ponto de vista cognitivo é a atividade de conversão que desencadeia as transformações representacionais fundamentais para a elaboração conceitual. Isto significa que não podemos, enquanto docente, considerar que a atividade de conversão de um registro de representação a outro seja uma atividade simples e local. Por exemplo, na atividade (57) que envolve o IMC, apresentada na tabela acima, existe somente a exploração do Registro Funcional. Ou seja, o aluno é levado a trabalhar no mesmo sistema de representação e não estabelecer uma mudança de registro. Os alunos são levados a simplesmente aplicarem dados a uma fórmula. Consideramos que este é um limite para a atividade proposta.

Nesta situação, poderíamos marcar o papel do docente, no sentido de extrapolar o proposto no Livro Didático, considerando a possibilidade de organização e exploração de outros conceitos ligados a álgebra a partir de diferentes Registros de Representação, tais como o Registro Figural – exigindo a organização de um tratamento através de uma tabela e/ou do gráfico a partir da coleta do peso e da altura dos alunos. Esta tabela poderia ser comparada com a tabela padrão dos pesos e medidas – apresentado na atividade. Esta elaboração poderia desencadear a exploração de mais um registro a partir da identificação das relações entre as variáveis (peso e altura), no momento que o docente desencadeia a construção de modelos matemáticos, organizado pelo Registro Funcional.

É este procedimento que ressaltamos como de competência do docente, na organização dos planejamentos de ensino, tendo presente que o Livro Didático é uma das fontes de pesquisa para a organização das situações de ensino. Destacamos a importância da identificação dos registros de representação, considerando os tratamentos propostos nas situações de ensino e estas desencadeando efetivamente atividades de conversão.

O importante na pesquisa da Coleção dos Livros Didáticos é a identificação da diversidade dos tratamentos desencadeados pelas situações de ensino, mas é importante que o docente tenha clareza que esta transformação, apesar de importante, não garante a apreensão conceitual. É necessário então o agir do docente na busca e proposição de situações que potencializem as atividades de conversão entre os registros algébricos, para o entendimento matemático. “Assim, passar de uma equação à sua representação gráfica constituiria uma codificação em que seria suficiente aplicar a regra segundo a qual um ponto está associado a um par de números sobre um plano quadriculado por dois eixos graduados.” (DUVAL, 2003, p. 17) Neste caso, não podemos nos deter somente as regras de codificação, permitindo uma apreensão pontual ou local do objeto matemático, mas sim levar em conta, as variáveis

visuais, registro figural (gráfico) e as variáveis algébricas, registro funcional, possibilitando uma apreensão global e qualitativa. Pois são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração em cada um dos dois registros. A conversão das representações, quaisquer que sejam os registros considerados, é irreduzível a um tratamento. (DUVAL, 2003, 17)

Concluindo...

Nesta investigação, problematizamos algumas questões relativas ao processo de ensino e aprendizagem da álgebra no Ensino Fundamental, entendendo que muitos estudos precisam desencadear estas discussões, no sentido de aproximação com as práticas escolares, contribuindo com as reflexões que acontecem neste espaço institucional. Para colaborar com as reflexões sobre o ensino da álgebra, destacamos que os docentes precisam considerar:

- os tratamentos propostos e seu grau de complexidade, entendendo que é importante o trabalho com diferentes tratamentos, porém este não garante a apreensão conceitual. Por exemplo, os Registros Aritméticos - expressão e generalização de padrões numéricos ou geométricos - apresentam um custo cognitivo bastante alto para os alunos. Estes apresentam muita dificuldade ao trabalhar com este registro, pois o mesmo exige um processo de generalização da linguagem algébrica. O Registro Aritmético, com a exploração de padrões, é o que menos aparece na coleção de Livros Didáticos analisadas nesta investigação. Apesar de o registro aritmético ser uma grande possibilidade de articulação entre a aritmética e a álgebra, continua pouco explorado pelos LD e pelos docentes. Aqui poderia ser um ponto de partida para a intervenção docente, mesmo antes do 3º e 4º ciclo do Ensino Fundamental;

- a conversão como uma atividade que é desencadeada pelo sujeito que está em processo de aprendizagem é fundamental para a apreensão conceitual. O papel do professor é organizar atividades de ensino que mobilizem diferentes registros, reconhecendo-os, mobilizando e tendo a capacidade de identificar que “[...] o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado.” (DUVAL, 2003, 22). Isso significa que a mudança de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. É isso que nos leva a afirmar que duas representações de um mesmo objeto matemático em dois registros diferentes envolvem conteúdos diferentes. Observamos isso quando exploramos situações envolvendo Registro Aritmético e Registro Estrutural. Os dois

trabalham com álgebra, mas envolvem conteúdos completamente diferentes. Em função disso, é importante a proposição, pelo docente, de diferentes registros de representação, caso contrário o aluno vai entender que álgebra é simplesmente uma forma de operar com letras. Este trabalho é evidenciado no Registro Estrutural, porém, não é a mesma idéia quando trabalhamos com Registro Aritmético.

Referências

BRASIL. **Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática** / Ministério da Educação. — Brasília: MEC, 2007. (Anos Finais do Ensino Fundamental)

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação. Brasília: MEC, SEF, 1998. (Anos Finais do Ensino Fundamental)

COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As idéias da álgebra**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. 1ª Edição. São Paulo: SP, Editora Ática, 2002. (Coleção 5ª à 8ª série).

DUVAL, Raymond. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In : **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. IREM de Strasbourg, vol V, p.37-65, 1993.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, pp. 11-33, 2003. (Coleção Papirus Educação).

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

NEHRING, Cátia Maria e POZZOBON, Marta Cristina Cezar. Um olhar sobre os PCN e o Ensino de Álgebra na Perspectiva dos Registros de Representação. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, ENCOTRO REGIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 3., 2008, Ijuí. **Anais...** Ijuí, RS: UNIJUÍ-DeFEM, 2008. 1 CD. Comunicação Científica, p. 01-13. (a)

NEHRING, Cátia Maria e POZZOBON, Marta Cristina Cezar. As atividades algébricas de uma coleção de Livros Didáticos - Registros de Representação e os sentidos das conversões. In: JORNADA DE PESQUISA 13., JORNADA DE EXTENSÃO 9., SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA 16., 2008, Ijuí. **Anais ...** Ijuí, RS: UNIJUÍ, 2008. 1 CD. P. 01-02.(b)

MARIANI, Rita de Cássia Pistóia e SOARES, Maria Arlita da Silveira. Uma Análise dos Conceitos Físicos e Matemáticos Envolvidos na Mecânica dos Movimentos sob a Ótica das Representações Semióticas. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., ENCONTRO REGIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 3., 2008, Ijuí. **Anais...** Ijuí, RS: UNIJUÍ-DeFEM, 2008. 1 CD. Comunicação Científica, p. 01-15.