

UM MODELO MATEMÁTICO PARA DESPOLUIÇÃO DE LAGOAS

GT 04 – Modelagem Matemática

Andrios Bemfica dos Santos – FACOS – andriosbemfica@yahoo.com.br
Ms. Darlan Godinho – FACOS – matematica@facos.edu.br

Resumo: O presente trabalho é o resultado de uma pesquisa e aplicação dos conhecimentos matemáticos apresentados e desenvolvidos nas disciplinas de Cálculo e Modelagem Matemática no curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade Cenecista de Osório. Tais conhecimentos nos possibilitaram compreender os mais diversos fenômenos do nosso cotidiano, analisá-los e interpretá-los com o propósito de gerar discussões reflexivas sobre situações que cercam nosso cotidiano. A modelagem matemática entendida aqui como a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real nos permite inferir sobre o papel motivador que esta exerce sobre a aprendizagem, especificamente sobre conceitos advindos da área matemática. Além disto, é possível afirmar que a modelagem pressupõe multidisciplinaridade e, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências pedagógicas que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas do saber. É na esteira das contribuições da modelagem matemática que este trabalho se insere. De forma específica, apresento um modelo matemático aplicado à despoluição da lagoa Marcelino Ramos que se situa na cidade de Osório/RS.

Palavras-chave: modelagem matemática, situação-problema, conscientização ambiental.

Introdução

A interlocução entre a Educação Matemática e a área da Educação Ambiental tem sido potencializada na contemporaneidade. Isto se deve, por um lado, devido à visibilidade que adquire, em palestras, debates e na mídia em geral, temáticas que problematizam questões ambientais. Vivemos tempos em que grande parte da população sabe da necessidade de preservarmos os recursos naturais de nosso planeta. Por outro lado, a educação matemática, assim como outras áreas do saber, verifica a necessidade de atravessar os “muros escolares” para que o ensino/aprendizagem ocorra de forma significativa. Acentua-se assim a:

[...] necessidade de uma proposta de educação matemática que se torna formadora de hábitos, atitudes e comportamentos que devem identificar problemas, formular propostas e atuar no sentido da preservação do meio ambiente, bem como, desenvolver e aprofundar os conteúdos de matemática, com compreensão e com uma visão crítica, formadora da cidadania. (FILIPPSEN, 2004, p. 25).

São nestes entrecruzamentos que vários trabalhos tem sido produzidos aproximando questões ambientais da Educação matemática. Dentre estes destaco: A modelagem matemática e meio ambiente na sala de aula (FERREIRA; LEITE, 2005); A educação matemática e educação ambiental: educando para o desenvolvimento sustentável. (FILIPPSEN, 2004).

É na esteira destas contribuições que meu trabalho se insere. De forma específica, apresento um modelo matemático aplicado à despoluição da lagoa Marcelino Ramos que se situa na cidade de Osório. Tal temática foi escolhida por entender que uma das preocupações atuais está ligada à manutenção dos recursos hídricos do planeta Terra¹. Sabe-se que a água é um dos bens naturais mais preciosos e indispensáveis para a vida humana e apesar de cobrir 75% da superfície terrestre, corremos o risco de não mais dispor de água limpa.

Segundo um estudo da FAO (2007) – Organização das nações unidas para agricultura e alimentação, dentro de 20 anos uma proporção de dois terços da população do mundo deverá enfrentar escassez de água. No entanto, atualmente um milhão de pessoas já vive sem acesso a água potável e em virtude disto graves problemas de saúde afligem cerca de 5 milhões de pessoas por ano. A poluição de lagos, lagoas, rios e mares, nas suas mais variadas formas, causam danos graves ao ecossistema e também a diversos tipos de culturas que a envolvem, como a agricultura, turismo e bem estar das comunidades que vivem ao redor desses mananciais.

Acredito que os educadores devem estar atentos a estes problemas, pois, problematizar essa realidade, é papel fundamental da educação. A escola deve ser um espaço de construção da cidadania, onde os educadores têm a responsabilidade de sensibilizar e educar os alunos, com a finalidade de dar uma postura mais crítica e participativa a eles, para que, desta forma, possam interagir com as mais variadas situações que os rodeiam. É a partir destas concepções de educação, de escola e de educador que este trabalho busca, junto à modelagem matemática, pensar alternativas para articular questões de Educação matemática e questões de cunho ambiental.

Aportes teóricos: A Modelagem Matemática

A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Ao ter os problemas da realidade como motivador é possível inferir que a modelagem pressupõe multidisciplinaridade e, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências pedagógicas que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas do saber. Em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que a cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

¹ Do total de água existente na Terra, 97% é salgada, e somente 3% da água é doce, e as principais formas de distribuição dela são: 1,8% congelada nas calotas polares e geleiras; 0,96% como água subterrânea; 0,02% em lagoas e rios que são as principais formas de abastecimento, e 0,001% como vapor de água.

Além disto, é possível afirmar que a modelagem matemática propicia a construção de significados para conceitos matemáticos que, muitas vezes, são ignorados pelos alunos. De acordo com Biembengut e Hein (2003)

[...] a modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno um interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico. (Ibidem, p. 18).

Nesta mesma perspectiva Bassanezi (2002) afirma que a modelagem não pode ser utilizada apenas para justificar o conteúdo que está sendo ensinado, mas sim deve valorizar a razão, o motivo pelo qual o aluno deve aprender matemática, e a importância que isto representa na formação dele como cidadão responsável e participativo na sua sociedade.

De acordo com este mesmo autor, a modelagem matemática surge da necessidade do homem em compreender os fenômenos que o cercam para interferir ou não em seu processo de construção. São previsões de tendências e aproximações da realidade. Biembengut (1999) chega a afirmar que

“a criação de modelos para interpretar os fenômenos naturais e sociais é inerente ao ser humano. A própria noção de modelo está presente em quase todas áreas: Arte, Moda, Arquitetura, História, Economia, Geografia, Literatura, Matemática. Aliás, a história da Ciência é testemunha disso!”. (Ibidem, p. 11)

Nesse sentido, pode-se dizer que modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo que tenta descrever matematicamente um fenômeno da nossa realidade para tentar compreendê-lo e estudá-lo, criando hipóteses e reflexões sobre tais fenômenos.

Os modelos devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com as hipóteses no sistema real. Um modelo deve prever, no mínimo, os fatos que o originaram, e a interpretação dos resultados obtidos através dos modelos, pode ser feita com o uso de gráficos das soluções. Tal procedimento facilitaria avaliar as previsões ou mesmo sugerir um aperfeiçoamento dos modelos.

Seja qual for o caso, a resolução de um problema, em geral quando quantificado, requer uma formulação matemática detalhada. Nessa perspectiva, um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se “modelo matemático”.

Desta forma:

“Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se

elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p. 12)

A partir desta conceituação é possível vislumbrar as inúmeras habilidades desenvolvidas quando do processo de modelar uma situação. Isto porque a elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento matemático restringe-se a uma matemática elementar, como aritmética e/ou medidas, o modelo pode ficar delimitado a esses conceitos. Quanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada. Porém o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática e sim a sua relevância e importância.

A modelagem matemática pela sua abrangência, possibilita a aprendizagem dos conteúdos matemáticos conectados a diversas áreas, como por exemplo, a Educação Ambiental, onde eles são aprendidos e entendidos como um instrumento, uma ferramenta posta a operar para a compreensão e possível modificação da realidade, tornando assim, conhecimentos contextualizados e significativos. A união destas áreas do saber contribui para a formação de um indivíduo ético, criativo e crítico, que possa viver em uma sociedade de forma participativa, com responsabilidade social.

Quantificando problemas ambientais, teremos uma visão mais significativa do fenômeno que está ocorrendo no ambiente, onde a modelagem matemática pode oferecer métodos, sistemas, procedimentos e ferramentas para a sua melhor compreensão. A modelagem possibilita a matemática, transcender a idéia de uma ciência isolada, para uma idéia mais abrangente relacionando questões mais amplas e refletindo sobre diversas situações cotidianas.

Contextualização

O tema escolhido “Um Modelo Matemático para Despoluição de Lagoas”, possibilitou pensar em problemas relativos à questão ambiental, onde a modelagem matemática pode vir a colaborar para o engajamento da sociedade, visto que a despoluição de um manancial acarreta melhorias do ecossistema e qualidade de vida, preservação dos recursos hídricos e ampliação do potencial turístico de uma região, entre outras possibilidades.

A existência de uma lagoa chamada de Marcelino Ramos, localizada em Osório/RS que atualmente se encontra poluída motivou-me na construção da investigação que me propunha realizar.

Em uma rede de 29 lagoas – que se estende por todo o Litoral Norte do estado do Rio Grande do Sul, – a Lagoa do Marcelino Ramos, situa-se dentro do perímetro urbano da cidade, praticamente ao lado da BR 101. Ela se destaca em relação às demais lagoas do Litoral Norte gaúcho, por possuir uma importância histórica e sócio-cultural para a cidade e para a região. Essa lagoa já foi ponto de referência para o estado, por abrigar o Porto Lacustre e a via aquática de transporte realizado entre Osório e Torres, e também pertence à Bacia do Rio Tramandaí.

Pela sua particularidade de ser a lagoa mais ao centro da cidade, localizada entre os bairros Caiu do Céu, Porto Lacustre e Vila da Serra, em tempos passados foi considerada o principal ponto turístico da cidade, proporcionando lazer aos moradores da região que se banhavam e apreciavam o pôr-do-sol à beira da lagoa, a bela vista do Morro da Borússia e da cidade, além da fauna e flora que existiam ao redor da lagoa.

Hoje a lagoa encontra-se poluída, assoreada e abandonada. Tal condição tem tido repercussões na vida dos moradores da região, pois, tem ocorrido um aumento na proliferação de insetos na cidade e é a principal causadora de mau cheiro nos bairros que a cercam.

A cidade já tem um projeto para a revitalização da Lagoa do Marcelino Ramos, que segundo informações dadas pelo funcionário da Secretaria Municipal do Meio Ambiente de Osório, Ronaldo Rodrigues Vengo, ainda não foi aprovado por todas as instâncias e órgãos responsáveis pelas questões ambientais. Devido a este motivo não foi possível ter acesso às informações do último estudo feito pela FEPAM sobre os índices de poluentes na lagoa, pois este se encontra juntamente com o projeto a ser aprovado. Segundo depoimento do entrevistado, o projeto visa o encerramento do despejo do esgoto de Osório na lagoa e a criação de uma estação de tratamento as margens da Lagoa dos Barros. Nesta central o esgoto passará a ser tratado com produtos químicos que separam a água da sujeira, diminuindo o impacto ambiental na localidade onde é depositado. Segundo a diretora-presidente da FEPAM, Ana Pellini, em entrevista ao Jornal Zero Hora (07/02/2009) *“a água que sairá da usina de tratamento será de melhor qualidade do que a que existe na lagoa”*.

Diversos fatores implicaram na escolha da Lagoa dos Barros como a sede da estação de tratamento de esgoto: a lagoa tem dimensões e profundidade maiores que a Lagoa do Marcelino Ramos; é localizada fora do perímetro urbano da cidade o que ocasiona a

existência de poucos moradores ao redor dela; a constante incidência de vento nesta zona da cidade, que auxilia na dissolução dos resíduos depositados².

Assim como o encerramento do despejo do esgoto na Lagoa do Marcelino Ramos, o projeto também prevê a utilização de um método para despoluir a mesma. Sabe-se que existem diversos métodos para a despoluição de um manancial: por produtos químicos, aumento nos índices de oxigênio por aeração, ou utilizando de métodos mecânicos como dragagem que retiram o lodo do fundo de uma lagoa (todos os métodos de despoluição não zeram o número de poluentes no manancial, ou seja, mesmo assim a lagoa precisa de processos naturais como a chuva, evaporação e erosão para ser despoluída).

A escolha para a utilização no projeto de revitalização da lagoa foi à dragagem, pela possibilidade de retirar o lodo acumulado no fundo da lagoa ao longo do tempo, devido ao constante depósito do esgoto da cidade. Este método irá remover uma grande quantidade dos resíduos que impedem que a lagoa se recupere apenas com processos naturais, e segundo o funcionário da secretaria, a dragagem dará uma aceleração ao processo de despoluição do manancial, que após se recuperará lentamente com a ação da natureza.

O projeto também inclui a criação de meios que desenvolvam o potencial turístico da lagoa, como a limpeza da orla e a criação de um calçadão ao seu redor. Aliado a isto encontra-se também, um projeto de educação ambiental, que representa mais uma tentativa de recuperar e preservar a lagoa. Promover a revitalização e a preservação desse ecossistema, por meio de ações de orientação e sensibilização com a comunidade, será de vital importância para o município, pois muitas espécies de fauna e flora serão salvas, o problema do cheiro insuportável na cidade será minimizado e um dos pontos turísticos e de lazer mais bonitos do município será recuperado. Será implantado várias obras de melhoria do ambiente nos arredores da lagoa, que além de melhorar a qualidade de vida dos habitantes, servirá para o resgate histórico-sócio-cultural da cidade.

Matematização: A aplicação do Modelo Matemático

Nesta seção busco apresentar alguns resultados que obtive a partir da “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática.

Constantes envolvidas:

² Esta lagoa já recebe parte do esgoto da cidade de Santo Antônio da Patrulha sem qualquer tipo de tratamento.

- A Lagoa do Marcelino Ramos tem um volume constante, ou seja, não há grandes variações na quantidade de água, e ele chamamos de V ;
- A Poluição inicial, ou seja, a quantidade de poluentes existentes na lagoa no instante em que cessou o despejo do esgoto, chamamos de P_0 .
- A constante que representa o método de despoluição (dragagem), chamaremos de k .

Variáveis relevantes na situação-problema:

- A quantidade de poluentes existente na lagoa ao passar do tempo, ela chamamos de $P=P(t)$;
- O tempo, t .

Seja P_0 a quantidade de poluentes existentes na lagoa no instante em que cessou o despejo do esgoto, $t = 0$; $P = P(t)$ é a quantidade de poluentes dissolvida na água no tempo t . Como o volume da lagoa é constante, e o método de despoluição também, então pode-se afirmar que a variação da quantidade de poluentes por unidade de tempo seja proporcional à quantidade total de poluentes existentes na lagoa pelo volume:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{kP}{V} \quad (1)$$

Utilizando o método de separação de variáveis para resolver a equação diferencial (1) encontra-se:

$$P(t) = e^{-\frac{kt}{V}} \quad (2)$$

A equação (2) é uma taxa de variação da poluição na lagoa, ou seja, na medida que o tempo passa a taxa decresce (a taxa vai de 1 quando o $t=0$, e tende a 0 quando o tempo passa).

E para relacionar a taxa de poluição com a poluição inicial da lagoa, multiplica-se a função exponencial pela poluição inicial, P_0 .

$$P(t) = e^{-\frac{kt}{V}} \cdot P_0 \quad (3)$$

Modelo Matemático

Para concluir o modelo, torna-se necessária uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada, fazer a interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que está sendo investigado, e verificar a adequabilidade, retornando à situação-problema investigada e avaliando quão significativa e relevante é a solução – validação, que segundo Bassanezi (2002) é a ação de verificar o quanto o modelo se aproxima da situação real.

Neste caso da Lagoa do Marcelino Ramos, a quantidade de poluentes diminui rapidamente no princípio (devido a dragagem que baixa os níveis de poluentes no manancial) e depois lentamente, com o passar do tempo com os processos naturais de erosão, evaporação e chuva, de qualquer forma a poluição tende à zero quando o tempo cresce ($P \rightarrow 0$). Assim o problema de despoluição pode ser solucionado.

A partir da equação (3), da poluição em função do tempo, podemos construir o gráfico que mostra que a poluição tende a zero quando o tempo passa:

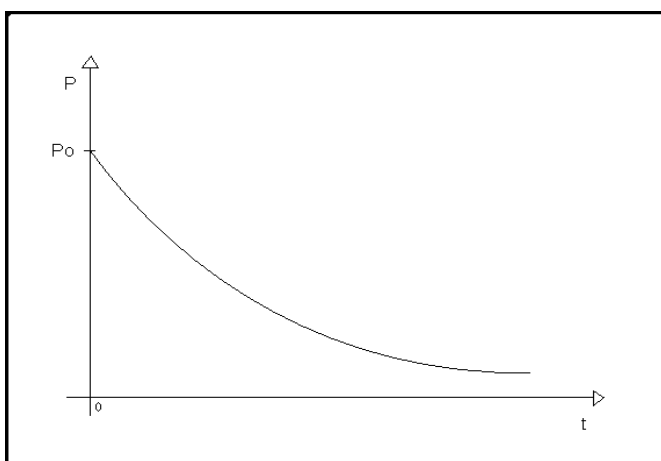


Gráfico da poluição em relação ao tempo.

Considerações finais

A aprendizagem e a construção de significados para os conhecimentos matemáticos em qualquer nível de aprofundamento é muito importante para a compreensão dos mais diversos fenômenos do nosso cotidiano. A adoção de modelos matemáticos seja na forma de apresentação, seja no processo de criação, torna-se relevante na medida em que os educandos percebem a importância da matemática, aprendem a se expressar através da linguagem matemática, estabelecem relações entre os conteúdos e os problemas enfrentados no cotidiano.

Desenvolver um trabalho utilizando a modelagem matemática – que não é uma idéia nova, pois sua essência sempre esteve presente na criação das teorias científicas e, em especial, na criação das teorias matemáticas – possibilita ir além do estudo da matemática, e propicia a abordagem e pesquisa em um âmbito multidisciplinar.

A modelagem matemática, sua amplitude e abrangência nos possibilitam a construção de processos de investigação e questionamentos, processo que penso serem fundamentais no processo educativo. Tais habilidades facilitam um entendimento crítico de nossa realidade e

nos enriquece enquanto cidadãos, responsáveis na construção de um mundo mais justo e por isto, mais igualitário.

Ao participar de um trabalho no qual o conteúdo não é dissociado da realidade, tanto o aluno como professor, se tornam protagonistas da aprendizagem. Isto nos torna entusiastas com a possibilidade de transformar ou de conscientizar, ainda que de forma lenta as pessoas, para que elas venham a exercer o papel que lhes cabe na sociedade.

Analisando o modelo escolhido, juntamente com as hipóteses iniciais, confrontando com a realidade da Lagoa do Marcelino Ramos, pode-se afirmar que ele é válido não somente para uma situação particular, mas sim serve como suporte para outras aplicações e teorias.

A validação deste modelo matemático se dá pelo motivo da aproximação do resultado encontrado (representado em simbologia matemática na equação (3) e graficamente) com as informações obtidas durante a coleta de dados. Em entrevista com o funcionário da Secretaria do Meio Ambiente do município, foi afirmado que a despoluição da lagoa se dará de forma acelerada no princípio devido à utilização de um método mecânico de despoluição (dragagem), e após lentamente com o passar do tempo devido à erosão, chuva e evaporação que auxiliará na recuperação do manancial. Logo o modelo apresentado no trabalho tem uma grande aproximação com a realidade, sendo assim ele é válido e prevê os fatos que o originaram.

Referências

BASSANEZI Rodney Carlos – *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BASSANEZI Rodney Carlos; FERREIRA Wilson Castro. *Equações diferenciais com aplicações*. São Paulo: Editora Harbra, 1988.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN Nelson. *Modelagem Matemática no ensino*. São Paulo: Editora Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, Maria Salett. *Modelagem Matemática e Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática*. Blumenau: Editora Furb. 1999.

FILIPPSEN, Rosane Maria Jardim – Educação Matemática e Educação Ambiental: Educando para o desenvolvimento sustentável. Revista Liberato, Novo Hamburgo-RS, 2004.

FERREIRA, Denise Helena L. e LEITE, Maria Beatriz F. - *Modelagem Matemática e Meio Ambiente na sala de aula*, São Paulo – 2005. Disponível em: http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m_cur/mc09.pdf Acesso em: 13/10/2008