

CONHECIMENTO ALGÉBRICO: MANIFESTAÇÕES DE DIFICULDADES REVELADAS POR ALUNOS DE UMA TURMA DE ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE RONDINHA/RS

GT 02 – Educação Matemática no Ensino Médio e Ensino Superior

**Carline Tedesco – UPF – carlineted@yahoo.com.br
Ms. Mariane Kneipp Giareta – UPF – mariane@upf.br**

Resumo: O presente estudo é fruto do trabalho de conclusão de curso de Licenciatura plena em Matemática da Universidade de Passo Fundo. Ele tem por objetivos analisar quais são as dificuldades que os alunos do segundo ano do Ensino Médio do Centro Estadual de Educação Básica Conde D' Eu (2º B), do município de Rondinha/RS, possuem em relação ao conhecimento algébrico e, verificar, se os mesmos, conseguem aplicar os conceitos algébricos estudados até o nível de ensino em que se encontram. Para atingir o objetivo proposto, aplicou-se um questionário, envolvendo questões abertas que abrangessem as diferentes concepções algébricas, questões estas retiradas de livros didáticos de Ensino Fundamental e Médio. Foi feita uma revisão teórica para embasar a pesquisa contemplando concepções de diversos autores a respeito da álgebra. Após foram feitas análises dos questionários aplicados, confrontando-os com a fundamentação teórica estudada. Posteriormente à análise dos questionários, percebeu-se que os alunos, objetos do estudo, não possuem todas as habilidades e competências desejadas, na parte algébrica da matemática, como mostra a porcentagem de acerto das questões e problemas do questionário mencionado. Conclui-se que os métodos de ensino da álgebra aplicados, na referida turma, devem ser revistos, buscando alternativas que motivem os alunos a pensar e dêem mais significados a este conteúdo.

Palavras-chave: Álgebra; Dificuldades; Educação Algébrica; Ensino-aprendizagem.

Introdução:

Considerando as dificuldades e problemas enfrentados pelos educadores no ensino da matemática, principalmente na parte algébrica, que para muitos é a área mais complexa; levando em conta, que no currículo escolar, a matemática encontra-se sempre em primeiro lugar no ranking das matérias que os alunos têm mais problemas de compreensão e desenvolvimento, torna-se necessário um estudo para melhor entender tais questões. Pensando nestas idéias, busca-se entender um pouco mais destas dificuldades encaradas pelos alunos e também pelos educadores, afinal, os objetivos de ambos os lados devem andar juntos, para que haja uma boa aprendizagem.

O presente estudo tem por objetivo verificar quais são as dificuldades que os alunos do segundo ano do Ensino Médio do Centro Estadual de Educação Básica Conde D' Eu, do município de Rondinha/RS, possuem em relação à aplicação do conhecimento algébrico.

Justifica-se, a realização do presente trabalho, devido à situação preocupante em que se depara o ensino da álgebra na maioria das escolas, onde grande parte dos alunos não consegue assimilar os objetivos desta área da matemática.

Portanto, percebe-se o quanto o presente estudo torna-se necessário para tentar entender as maiores dificuldades dos alunos em aplicar os conhecimentos de álgebra e, a partir daí, buscar e testar novos métodos de ensino.

Foi elaborado um questionário para analisar as maiores dificuldades desses alunos na parte algébrica da matemática. Através deste, serão identificados os erros mais comuns em álgebra e os mesmos serão relacionados com o nível de concepção que os alunos possuem e também, será analisado se os alunos conseguem interpretar e simbolizar matematicamente os conteúdos algébricos, através da resolução de problemas.

Álgebra e notação algébrica

Existem diversas definições e denominações para a Álgebra, veremos algumas delas nas concepções de alguns pesquisadores.

De acordo com Baumgart (1992, v.4, p. 1), “*Álgebra* é uma variante latina da palavra árabe *al-jabr* (às vezes transliterada *al-jabr*), usada no título de um livro, *Hisab al-jabr w'al-muqabalah*, escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al-Khowarizmi [...]” A tradução do título do livro é “ciência da restauração (ou reunião) e redução.” Para o mesmo autor, a melhor tradução seria “a ciência das equações”.

Ainda que originalmente “álgebra” refira-se a equações, a palavra hoje tem um significado muito mais amplo, e uma definição satisfatória requer um enfoque em duas fases: (1) Álgebra antiga (elementar) é o estudo das equações e métodos de resolvê-las. (2) Álgebra moderna (abstrata) é o estudo das estruturas matemáticas tais como grupos, anéis, corpos – para mencionar apenas algumas. [...] (BAUMGART, 1992, v. 4, p. 3)

Conforme Baumgart (1992, v. 4, p. 3), o período de 1700 a.C. a 1700 d.C., foi marcado pela criação “do simbolismo e pela resolução de equações”, de diversas maneiras, com avanços de pouca importância, isso somente, até a resolução das equações cúbicas e quadráticas e o tratamento das equações polinomiais em geral, feito por François Viète (1540-1603).

Ainda de acordo com o mesmo autor, “O desenvolvimento da notação algébrica evoluiu ao longo de três estágios: o *retórico* (ou verbal), o *sincopado* (no qual eram usadas abreviações de palavras) e o *simbólico*. [...]” (BAUMGART, 1992, v. 4, p. 3, grifos do autor) No simbólico, a notação sofreu diversas alterações, “[...] até tornar-se razoavelmente estável ao tempo de Issac Newton (c. 1700). [...]” (BAUMGART, 1992, v. 4, p. 3) Ele, ainda menciona que mesmo nos dias de hoje, não existe uma uniformidade total para o uso dos símbolos.

O simbolismo, conforme Baumgart (1992, v. 4, p. 12), teria surgido por volta de 1500. De acordo com o mesmo (p. 14), o primeiro a inserir letras como coeficientes genéricos (positivos), foi o francês François Viète, ele fez algumas modificações no simbolismo, mas este se encerrou e atualizou-se na época de Newton.

Segundo Moura e Sousa (2005, p. 12), o início da álgebra está ligado à origem do zero. “O zero foi uma ‘invenção difícil e genial’ e abriu ‘caminho para o desenvolvimento da álgebra moderna e de todos os ramos da matemática a partir do Renascimento europeu.’ [...]” Segundo IFRAH (apud MOURA E SOUSA, 2005, p. 13): “a álgebra não teria conhecido tal avanço se esta generalização do número não tivesse sido acompanhada por uma descoberta igualmente fundamental, realizada em 1591 por François Viète e aperfeiçoada em 1637 por René Descartes: a notação simbólica literal.”

Na concepção das mesmas autoras, o pensamento de Viète é bem distinto do de Diofanto, o raciocínio de Diofanto é numérico, já o de Viète é de espécies. Isso possibilita com que várias áreas do conhecimento utilizem a álgebra como uma ferramenta. Mas, é a partir de Viète, segundo PIAGET & GARCÍA (apud MOURA E SOUSA, 2005, p. 22): “[...] que podemos pensar no ‘formalismo simbólico, ferramenta mais importante da ciência natural matemática, a fórmula.’”

Educação Algébrica

Definir álgebra não é nada fácil. Por alguns, ela é entendida como um “cálculo literal” ou “uma generalização da aritmética”. Para muitos alunos do Ensino Fundamental e Médio, álgebra é calcular com letras e números, letras estas, chamadas de *variáveis*. As variáveis representam os números, principal característica dessa área da matemática. Mas também, podem representar pontos, como, por exemplo, numa figura geométrica ou argumento de uma função, em trigonometria; além de muitos outros. Por esse motivo devem-se observar as interpretações equivocadas, que o conceito de variável pode ter.

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 82-83) a álgebra possui diferentes concepções: a *processológica*, define a álgebra como um conjunto de métodos para trabalhar com determinados problemas, onde o desenvolvimento do mesmo é feito por uma ordem lógica de passos. *Linguístico-estilística*, a qual vê a álgebra como uma “linguagem específica”, que manifesta os passos da resolução de um problema, ressalta a forma de expressão dos procedimentos de resolução do mesmo, e, cria uma linguagem adequada ao pensamento. *Linguístico-sintático-semântica*, também percebe a álgebra como uma linguagem específica, mas se detém mais em sua dimensão sintático-semântica.

A quarta concepção é chamada de *lingüístico-postulacional*, compreende a álgebra como uma “linguagem simbólica” e expande o campo da mesma, a todas as outras áreas da matemática.

Na concepção dos autores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 84), a educação algébrica, tem mais que uma compreensão, a saber: a *lingüístico-pragmática*, a *fundamentalista-estrutural* e a *fundamentalista-analógica*. Para a primeira, o papel da álgebra é a resolução de problemas e a obtenção de técnicas algébricas é uma aptidão suficiente para que o aluno consiga resolver problemas,

Já, a segunda compreensão, fundamenta-se na concepção linguístico-postulacional da álgebra, onde: “[...] a introdução de propriedades estruturais das operações, que justificassem logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico, capacitaria o estudante a identificar e aplicar essas estruturas nos diferentes contextos em que estivessem subjacentes.” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 84)

A terceira compreensão, a fundamentalista-analógica, conecta o papel da álgebra como ferramenta para resolver problemas, conforme concepção linguístico-semântico-sintática. Faz também um resumo da primeira e da segunda compreensão, pois busca o valor instrumental e a maneira fundamentalista da álgebra, ao mesmo tempo. Nos recursos visuais, esta concepção se apóia, isto é, em uma álgebra geométrica.

De acordo Fiorentini, Miorim e Miguel, a linguagem simbólica, na álgebra, desempenha um papel essencial para a formação do pensamento abstrato, pois é através dele que se pode solucionar um problema matemático, abrangendo todo o contexto da situação, além de simplificar os cálculos. Essa capacidade permite que se façam transformações simbólicas das expressões, por outras mais objetivas, fáceis, mas que possuem o mesmo significado. É possível trabalhar com quantidades variáveis, possibilitando compreensões de casos, nos quais existam movimento e variação.

sintática-semântica. Uma vez que esta concepção toma a Álgebra como uma linguagem exclusiva e precisa, que estabelece uma distinção entre o uso da letra para representar genericamente quantidades discretas ou contínuas, determinadas e particulares, e o uso da letra para representar quantidades genéricas, revelando sua dimensão operatória ou sintática, expressando transformações simbólicas.

A questão mostrada na ilustração abaixo englobava o conceito básico de geometria, isto é, representação do perímetro da figura através de uma expressão algébrica.

5- Escreva a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:

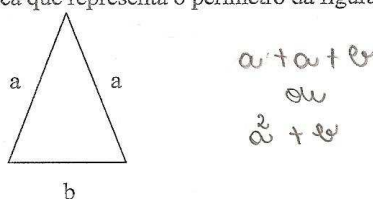


Ilustração 5 – Resposta da questão 5 dada pelo aluno P

Notou-se, que alguns dos alunos, aplicaram corretamente o conceito de perímetro, escrevendo a expressão correspondente ao perímetro da figura, $a + a + b$. No entanto, ao finalizarem a questão, isto é, ao agruparem os termos semelhantes, confundiram processos de resolução das operações entre monômios estudados na sétima série do ensino básico, uma vez que expressaram a resposta como $a^2 + b$ como se fosse equivalente ao resultado da expressão relativa ao perímetro.

Essa confusão foi percebida em outras questões do questionário, mostrando que os alunos não dominam os conceitos iniciais da álgebra.

Ainda, nesta questão, um aluno expressou o perímetro na forma de uma equação, conforme mostra a ilustração a seguir, evidenciando que não está claro o conceito de equação e expressão algébrica. Outro ponto a destacar é o fato que ele, aluno R, não refletiu que o perímetro, não poderia ser nulo.

5- Escreva a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:

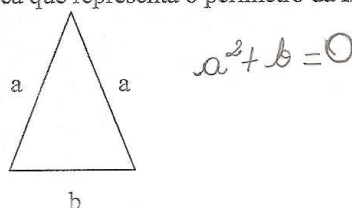


Ilustração 6 – Resposta da questão 5 dada pelo aluno R

Preocupa o fato, de que em geral, os alunos não refletem se a solução obtida à questão é válida ou não. É possível um perímetro ser nulo?

Na questão número quatro, que envolvia o conceito de função, percebeu-se que, para alguns alunos, a idéia foi compreendida. Ampliaram a tabela substituindo o x por um número e efetuaram o cálculo certo: $32 \times 2 = 64 \times 2 = 128$ e assim sucessivamente. Entretanto, no instante de generalizar para “x” décadas, riscaram “x” e substituíram por 7 décadas, respondendo numericamente .

4- Suponha que atualmente a dívida de um certo país seja de 1 milhão de dólares e que, a partir de hoje, a cada década, a dívida dobre em relação ao valor devido na década anterior. Veja a tabela e responda: Como poderíamos calcular a dívida após x décadas?

Tempo (x) (em década)	Dívida (y) (em milhões de dólares)
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128

5 x 1 milhão
4 x 1 milhão
3 x 1 milhão
2 x 1
1 x 1
7 x 128 = 896 milhões

Ilustração 7 – Resposta da questão 4 dada pelo aluno H

Outros alunos, entretanto, perceberam que os valores iam sendo dobrados em relação aos dados anteriores. Ao generalizarem, simbolizaram $x = y^2$, ao invés de $y = 2^x$. Não houve uma análise, sobre qual era a grandeza dependente e independente da situação avaliada.

4- Suponha que atualmente a dívida de um certo país seja de 1 milhão de dólares e que, a partir de hoje, a cada década, a dívida dobre em relação ao valor devido na década anterior. Veja a tabela e responda: Como poderíamos calcular a dívida após x décadas?

Tempo (x) (em década)	Dívida (y) (em milhões de dólares)
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
:	:
x	y

$x = y^2$

Ilustração 8 – Resposta da questão 4 dada pelo aluno K

Como a linguagem é a expressão do pensamento, na linguagem algébrica, se faz necessário, estabelecer quais são as características do pensamento algébrico, tais como regularidades, percepção de aspectos que não variam em contraste com outros que variam. Tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização. Percebeu-se que os alunos envolvidos na pesquisa, não estão aptos, em sua maioria, a estabelecer estas relações, pois muitos não têm clareza do significado “das letras” e suas diferentes abordagens.

Conclusões e implicações pedagógicas

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 115-116) enfatizam que o estudo da álgebra compõe um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe permitir a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. No entanto, a ênfase que é dada pelos professores, a esse ensino, não garante o sucesso dos educandos, a julgar pelas pesquisas em educação matemática e pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido nas escolas. Fazem referência aos resultados do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), dizendo que os itens referentes à álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país. Isso faz com que os professores aumentem ainda mais o tempo dedicado a este assunto, geralmente propondo em suas aulas, apenas a repetição mecânica de mais exercícios. Ressalvam que, essa solução, além de ser ineficiente, gera grande prejuízo no trabalho com outros temas da matemática, também fundamentais.

Após a análise dos questionários, percebeu-se que os alunos, objetos do estudo, não possuem todas as habilidades e competências desejadas, na parte algébrica da matemática para este nível de ensino. Isso foi observado pela porcentagem de acertos das questões aplicadas na pesquisa. Destaca-se que as questões foram retiradas de livros de Ensino Fundamental e Médio, todas com conteúdos já vistos pelos alunos deste nível do Ensino Médio. Mesmo assim, os alunos demonstraram muitas deficiências algébricas e alguns conceitos equivocados, tais como, perímetro, área e volume.

Percebeu-se que para muitos alunos existe a necessidade de aplicar a propriedade do fechamento da adição, pois agrupam partes literais diferentes, mostrando que os conceitos iniciais da álgebra e adição de polinômios, não ficaram claros.

Houve, também, uma dificuldade na leitura e interpretação das questões, o que foi evidenciado pela deficiência na linguagem matemática adequada utilizada por eles. Isso

interferiu na hora de generalizar o pensamento, onde muitos explicaram por extenso e não de forma simbólica, mostrando que estão na fase sincopada da álgebra.

Nota-se também, forte tendência que os alunos possuem em atribuir valores numéricos, para solucionar uma questão algébrica, onde se pede, por exemplo, para representar a expressão algébrica. Talvez o problema seja a falta de compreensão, do próprio aluno, de que a resposta pode não ser um número real. Confundem expressão com equação, demonstrando não saberem a diferença entre as mesmas, ou seja, o que seria e representaria uma expressão e o que seria e representaria uma equação, na matemática.

Os problemas algébricos e também os não-algébricos, acredito que para os alunos seja a parte mais difícil, pois não é que o aluno não domine o conteúdo estudado, ou seja, ele talvez até acerte todos os exercícios propostos pelo professor em sala de aula, mas estes exercícios não passam de uma repetição mecânica de uma série de procedimentos “decorados”. Já, quando é proposta a resolução de um problema, o aluno precisa pensar, ser autônomo e crítico na busca por possíveis caminhos e soluções adequadas para o que ele precisa. Nada mais seria do que dizer que o aluno precisa raciocinar sozinho, e não seguir um caminho único, isto é, adequar os conhecimentos que possui para resolver a atividade proposta e após ter autonomia suficiente para analisar e perceber se o resultado do que encontrou possui sentido ou não.

Os autores, Lochhead e Mestre (1995), enfatizam que esta dificuldade não vem da falta de fluência algébrica, pois os alunos são capazes de realizar operações algébricas, de ler e resolver alguns problemas, o que acontece é que muitos não conseguem traduzir corretamente para a linguagem matemática, freqüentemente expressam o contrário do que pretendem.

Nos problemas presentes no questionário resolvido pelos alunos, objetos do estudo, notou-se esta deficiência, pois os alunos até tinham noção do que estavam sendo dito, ou seja, quais informações eram dadas pelo problema, mas a maioria não conseguiu expressar de maneira correta e analisar criticamente a situação proposta. Acredito que uma das causas deste fato ser tão comum, acontece porque os alunos raramente são instigados a pensar sozinhos e resolver problemas em sala de aula.

Os alunos também não utilizaram os conhecimentos geométricos para visualizar a questão, que poderia ser mais facilmente resolvida. Por isso, fica em evidência mais uma vez, que os alunos possuem uma grande dificuldade em relacionar conteúdos matemáticos, tais como álgebra e geometria, e isso acontece em outras áreas do conhecimento também.

As questões que exigiam do aluno, o conhecimento sobre funções, mostraram a dificuldade que eles possuem em perceber que o “x” ou qualquer outra letra, seja uma variável. Poucos foram os alunos que conseguiram demonstrar corretamente a função, mostrando uma deficiência muito grande no conteúdo “funções”. O mesmo não aconteceu nas questões que pediam o valor numérico, pois foram as que mais obtiveram acertos. Mesmo os alunos que não conseguiram escrever a função de forma correta, no cálculo numérico estes perceberam a relação existente entre cada uma delas e encontraram o valor correto. Novamente, ressalta-se que a falha está na representação algébrica ou na parte algébrica.

A minha conclusão pelas pesquisas feitas, tanto bibliográficas como a pesquisa de campo, é que o problema encontra-se na base, ou seja, na introdução da álgebra nas escolas, o que geralmente ocorre na sexta e sétima série do Ensino Fundamental com o estudo das equações e inequações e, mais fortemente, na sétima série, com o estudo dos polinômios, produtos notáveis e fatoração. Acredito que, se álgebra fosse introduzida na escola mais cedo, algumas deficiências, enfrentadas em séries posteriores, seriam suprimidas. A álgebra deveria ser trabalhada junto com a aritmética e com a geometria, e não tão isolada como vem sendo atualmente, o que a torna “sem significado” para muitos alunos.

Observou-se que uma grande parte dos alunos não conseguiu generalizar as situações propostas na obtenção da lei da função. Há, por parte destes alunos, uma confusão em torno do papel que o “x” ou a letra representa. Eles não conseguem diferenciar as diferentes faces da parte literal, ora aparece como variável ora como argumento.

Infelizmente, hoje os alunos não estão acostumados a tomar decisões entre possíveis e diferentes possibilidades de resolução. Isto é, não estão habituados a pensar com autonomia própria, ou seja, quando não sabem resolver um exercício e/ou problema matemático, simplesmente param e esperam o professor explicar e/ou resolver no quadro, não se possibilitam a chance de raciocinar por si mesmos. Os PCNs abordam esta situação da seguinte maneira:

Tanto isso é verdade que sabemos do fracasso dos alunos quando propomos a análise de situações onde devem ser relacionados dados ou fatos diversos ou quando é necessária a tomada de decisão entre diferentes e possíveis caminhos de resolução. Nesse caso, percebemos que, mesmo quando possuem informações e conceitos, os alunos não os mobilizam, não os combinam eficientemente, desanimam, esperam a explicação do professor, não se permitem tentar, errar, não confiam em suas próprias formas de pensar. [...] (Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio, 1998, p. 113)

Para que esta mudança realmente aconteça é preciso que os professores também mudem sua maneira de observar e analisar o ensino da álgebra e é claro dos outros conteúdos matemáticos também. Além de explorar o “recurso” de trabalhar com problemas, os professores podem interligar os conteúdos, trabalhar com as diferentes concepções da álgebra, etc., a fim de trazer mais significado às aulas. Também é preciso que esta ação modifique a visão dos alunos quanto ao ensino-aprendizagem, os faça indivíduos plenamente participantes deste processo e não apenas receptores, como geralmente acontece, fazendo despertar o interesse neles. Com certeza, esta não é uma tarefa fácil, mas precisamos buscar novas metodologias, pois infelizmente a educação brasileira, não só na parte matemática, encontra-se numa situação muito preocupante e já é hora de rever muitos conceitos, que estão “ultrapassados”.

Referências

BAUMGART, John K. *Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula: álgebra*. V. 4. São Paulo: Atual, 1992.

BOOTH, Lesley. *Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra*. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Org.). *As idéias da álgebra*. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

FIORENTINI, Dario. MIORIM, Maria Ângela. MIGUEL, Antonio. *Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar*. Pro-Posições, v. 4, nº 1[10], p. 78-91, março de 1993.

LOCHHEAD, Jack. MESTRE, José P. *Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas*. In: COXFORD, Arthur F. SHULTE, Albert P. (org.) *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

MOURA, Anna Regina Lanner de. SOUSA, Maria do Carmo de. *O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes*. ZETETIKE – Cempem – FE – Unicamp, v. 13, n. 24, jul./dez. 2005, p. 11-45.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC/SEF, 1998. 1. *Parâmetros curriculares nacionais*. 2. *Matemática: Ensino de quinta a oitava séries. Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pcn_1.php?t=001>. Acesso em: 07 ago. 2008.