

# CABRI GEOMETRY™ II Plus

---



Bem-vindo ao mundo dinâmico de Cabri Geometry™ !

Nascido no fim dos anos 80 nos laboratórios de pesquisa do CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) e da Universidade Joseph Fourier de Grenoble, Cabri Geometry™ conta, quinze anos mais tarde, com mais de dez milhões de usuários pelo mundo que utilizam Cabri Geometry™ nos micro-computadores dotados dos sistemas Mac®OS e Windows® e igualmente nas calculadoras TI-92, TI-92 Plus, TI Voyage™200, TI-89, e TI-83 Plus de Texas Instrument®. Cabri Geometry é agora desenvolvido e distribuído pela sociedade Cabrilog, fundada em março 2000 por Jean Marie LABORDE, diretor de pesquisa no CNRS e pai espiritual da família Cabri Geometry.

A construção de figuras geométricas no computador traz uma nova dimensão em relação às construções clássicas usando papel, lápis, régua e compasso. De fato, uma vez a figura construída, podemos manipulá-la livremente, testar sua construção, emitir conjecturas, medir, calcular, apagar, recomeçar... Terminada a figura, Cabri Geometry permite ocultar as construções intermediárias, colocar cores, pontilhados, acrescentar textos. A figura está então pronta para ser difundida na Internet ou incorporada a outro documento.

Cabri Geometry™ II Plus é uma nova versão do programa Cabri Geometry™ II. Ela comporta muitas novas possibilidades que tornam o seu uso ainda mais eficiente e agradável. Além disso, esta versão corrige falhas observadas na antiga versão e incorpora um grande número de funcionalidades solicitadas pelos usuários. Na seqüência deste manual, referimos a Cabri Geometry™ II Plus como Cabri Geometry.

Este documento é dividido em três partes. A primeira parte **I) "DESCOBERTA"** é destinada aos novos usuários e apresenta atividades de nível de 5a a 8a série do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. A segunda parte **II) "REFERÊNCIA"** é uma descrição completa do programa. Enfim, a terceira parte **III) "APROFUNDAMENTO"** apresenta outras atividades mais avançadas, de nível de Ensino Médio, pré-vestibular e primeiro ciclo universitário.

As diferentes atividades das duas primeiras partes são largamente independentes. O leitor é convidado a fazer as construções que foram detalhadas e depois os exercícios propostos. Os exercícios assinalados com um \* são mais difíceis.

Antes de usar Cabri Geometry pela primeira vez, aconselhamos os novos usuários a ler o capítulo [1] **“CONTATO INICIAL”** da introdução, para familiarizar-se com a interface de Cabri Geometry e com as convenções de utilização do mouse. Entretanto, a experiência prova que este contato inicial com Cabri Geometry é muito rápido e que na classe, os alunos já fazem geometria na sua primeira meia hora de utilização do programa.

Nosso site [www.cabri.com](http://www.cabri.com) lhe dará acesso às últimas atualizações e às notícias referentes aos nossos produtos, em particular às novas versões deste documento. O site contém igualmente ligações com dezenas de páginas da Internet e livros sobre geometria e sobre Cabri Geometry.

Toda a equipe de CABRILOG deseja a você longas e apaixonantes horas de construções, explorações e descobertas.

---

© 2003 CABRILOG S.A.S.

**Autor inicial:** Eric Bainville

**Traduzido por:** Vincenzo Bongiovanni; Paulo Abinoan de Siqueira

**Última atualização:** Julho de 2003

**Evoluções:** [www.cabri.com](http://www.cabri.com)

**Erros a nos comunicar:** [support@cabri.com](mailto:support@cabri.com)

**Criação gráfica e configuração de página:** LaDyBird - grupo OMNIA, França

# ÍNDICE GERAL

## CAPÍTULO 1

CONTATO INICIAL

p 13

### 1.1 FILOSOFIA

1.1

p 13

### 1.2 INTERFACE DA APLICAÇÃO

1.2

p 14

### 1.3 UTILIZAÇÃO DO MOUSE

1.3

p 16

### 1.4 PRIMEIRA CONSTRUÇÃO

1.4

p 18

## PRIMEIRA PARTE

### *Descoberta*

## CAPÍTULO 2

RETA DE EULER DO TRIÂNGULO

p 27

## CAPÍTULO 3

A PROCURA DO PONTO MISTERIOSO

p 35

## CAPÍTULO 4

O QUADRILÁTERO DE VARIGNON

p 41

## SEGUNDA PARTE

### *Referência*

## CAPÍTULO 5

OBJETOS E FERRAMENTAS

p 49

### 5.1 PONTO

5.1

p 49

### 5.2 RETA

5.2

p 50

### 5.3 SEGMENTO

5.3

p 51

### 5.4 SEMI-RETA

5.4

p 51

p 52	5.5	5.5 VETOR
p 52	5.6	5.6 TRIÂNGULO
p 52	5.7	5.7 POLÍGONO
p 53	5.8	5.8 CIRCUNFERÊNCIA
p 54	5.9	5.9 ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA
p 54	5.10	5.10 CÔNICA
p 54	5.11	5.11 LUGAR GEOMÉTRICO
p 55	5.12	5.12 TRANSFORMAÇÃO
p 57	5.13	5.13 MACRO
p 59	5.14	5.14 NÚMERO
p 61	5.15	5.15 PROPRIEDADE
p 62	5.16	5.16 EXPRESSÃO
p 62	5.17	5.17 TEXTO
p 63	5.18	5.18 MARCA DE ÂNGULO
p 64	5.19	5.19 EIXOS
p 64	5.20	5.20 GRADE
p 65	5.21	5.21 TABELA

**p 67**

**CAPÍTULO 6**

**FERRAMENTAS DE EXPLORAÇÃO**

p 67	6.1	6.1 RASTRO
p 67	6.2	6.2 FIXO / LIVRE (PERCEVEJO)
p 67	6.3	6.3 REDEFINIÇÃO
p 68	6.4	6.4 ANIMAÇÃO
p 68	6.5	6.5 REGISTRO DE UMA SESSÃO
p 69	6.6	6.6 DESCRIÇÃO DA FIGURA

<b>7.1 COR</b>	<b>7.1</b>	p 71
<b>7.2 COR DE PREENCHIMENTO</b>	<b>7.2</b>	p 72
<b>7.3 COR DE TEXTO</b>	<b>7.3</b>	p 73
<b>7.4 TIPO E TAMANHO DE PONTO</b>	<b>7.4</b>	p 73
<b>7.5 TIPO E ESPESSURA DE TRAÇO, RETAS INTELIGENTES</b>	<b>7.5</b>	p 73
<b>7.6 FONTE E ALINHAMENTO</b>	<b>7.6</b>	p 73
<b>7.7 EQUAÇÕES E ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS</b>	<b>7.7</b>	p 74
<b>7.8 IMAGENS FIXADAS AOS OBJETOS</b>	<b>7.8</b>	p 74
<b>7.9 UTILIZANDO DE IMEDIATO A BARRA DE ATRIBUTOS</b>	<b>7.9</b>	p 74

<b>8.1 CAIXA DE DIÁLOGO DAS PREFERÊNCIAS</b>	<b>8.1</b>	p 77
<b>8.1.1 Lugares geométricos</b>	<b>8.1.1</b>	p 78
<b>8.1.2 Estilos</b>	<b>8.1.2</b>	p 78
<b>8.1.3 Geometria</b>	<b>8.1.3</b>	p 78
<b>8.1.4 Preferências do sistema</b>	<b>8.1.4</b>	p 79
<b>8.1.5 Exibir precisão e unidades</b>	<b>8.1.5</b>	p 79
<b>8.1.6 Sistema de equação e coordenadas</b>	<b>8.1.6</b>	p 80
<b>8.2 BARRAS DE FERRAMENTAS PERSONALIZADAS</b>	<b>8.2</b>	p 80
<b>8.3 IDIOMA</b>	<b>8.3</b>	p 81

<b>9.1 BARRA DE MENUS</b>	<b>9.1</b>	p 83
<b>1• Menú “Arquivo”</b>		p 83
<b>2• Menú “Editar”</b>		p 84

p 84

p 84

p 85

p 85

p 85

**3• Menú “Opções”**

**4• Menú “Janela”**

**5• Menú “Sessão”**

**6• Menú “Ajuda”**

**7• Outros**

p 86

**9.2**

## **9.2 BARRA DE FERRAMENTAS**

p 87

p 87

p 88

p 88

p 89

p 90

p 90

p 90

p 91

p 92

p 92

p 93

**1• Manipulação**

**2• Pontos**

**3• Linhas**

**4• Curvas**

**5• Construções**

**6• Transformações**

**7• Macros**

**8• Propriedades**

**9• Medida**

**10• Textos e símbolos**

**11• Atributos**

**12• Calculadora**

p 86

**9.3**

## **9.3 BARRA DE ATRIBUTOS**

**p 97**

**CAPÍTULO 10**

**EXPORTAÇÃO E IMPRESSÃO**

# **TERCEIRA PARTE**

*Aprofundamento*

**p 101**

**CAPÍTULO 11**

**TRIÂNGULOS PEDAIS**

**p 107**

**CAPÍTULO 12**

**FUNÇÕES**

CAPÍTULO 13

PAVIMENTAÇÃO I

CAPÍTULO 14

PAVIMENTAÇÃO II

p 113

p 119

## ÍNDICE

---

*Notas*

p 125

## CONTATO INICIAL

### 1.1 FILOSOFIA

### 1.1

A filosofia de Cabri Geometry é de permitir o máximo de interação (mouse, teclado,..) entre o usuário e o programa e, em cada caso, de fazer aquilo que o usuário espera que o programa faça, respeitando de um lado os comportamentos usuais das aplicações e do sistema, e de outro lado o comportamento matemático mais plausível.

Um documento Cabri Geometry é composto de uma *figura* construída livremente sobre uma única folha de papel virtual de um metro quadrado (1 m por 1 m). Uma figura é composta de objetos geométricos tais como (pontos, retas, circunferências...) mas igualmente de outros objetos (números, textos, fórmulas,..)

Um documento pode também comportar *macro-construções*, que permitem, memorizando construções intermediárias, estender as funcionalidades do programa. A aplicação permite abrir simultaneamente vários documentos.

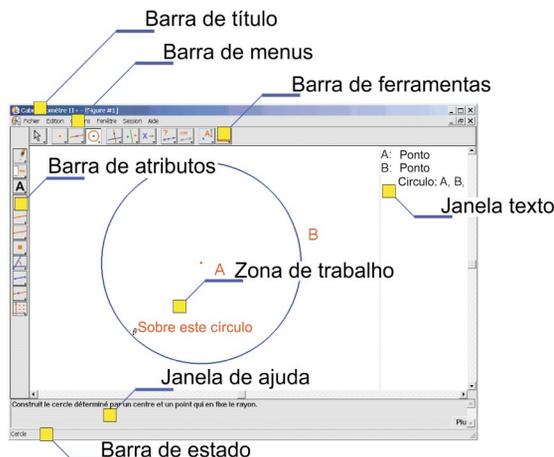


Figura 1.1 – A janela de Cabri Geometry e suas diferentes zonas

A figura 1.1 mostra a janela principal da aplicação e suas diferentes zonas. Na abertura de Cabri Geometry, a barra de atributos, a janela de ajuda e a janela texto não são visíveis.

A **barra de título** indica o nome do arquivo contendo a figura, ou **Figura nº, 1, 2,...** se a figura não estiver ainda registrada.

A **barra de menus** permite acessar os comandos da aplicação que correspondem aos comandos encontrados usualmente nos programas. Na sequência deste documento, designaremos a entrada **Ação** do menu **Menu** como **[Menu]Ação**. Por exemplo, **[Arquivo] Salvar como...** designa a entrada **Salvar como...** do menu **Arquivo**.

A **barra de ferramentas** fornece as ferramentas que permitem criar e manipular a figura. Ela é constituída de várias caixas de ferramentas, comportando, cada uma, uma ferramenta visível, correspondendo a um ícone da barra. A ferramenta ativa é representada por um botão afundado, com um fundo branco. As outras ferramentas são representadas por botões não afundados, com um fundo cinza. Um clique curto sobre um botão ativa a ferramenta correspondente. Uma pressão prolongada sobre um botão abre a caixa de ferramentas e permite escolher uma outra ferramenta. Esta ferramenta torna-se a ferramenta visível da caixa

de ferramentas e a ferramenta ativa. A barra de ferramentas pode ser recomposta livremente pelo usuário e eventualmente bloqueada dentro de uma configuração fixada para uma utilização em classe (ver capítulo [8] “PREFERÊNCIAS E PERSONALIZAÇÃO” da parte [III] “REFERÊNCIA”).

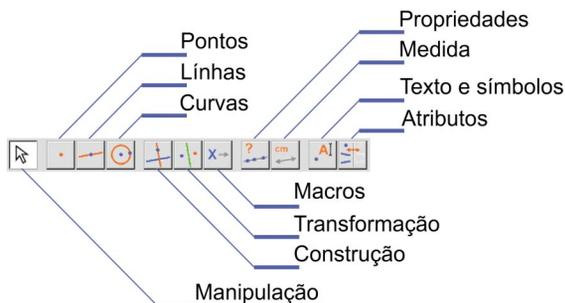
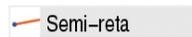


Figura 1.2 – A barra de ferramentas por default de Cabri Geometry, e os nomes das diferentes caixas de ferramentas.

Na seqüência deste documento, designaremos a ferramenta **Ferramenta** da caixa **Caixa** por [Caixa]Ferramenta, com o ícone correspondente lembrado na margem (algumas denominações muito longas foram abreviadas para caberem na margem). Por exemplo [linhas]Semi-reta representa a ferramenta Semi-reta da caixa de ferramentas **Linhas**.



Os ícones da barra de ferramentas podem ser exibidos em dois tamanhos. Para mudar de tamanho, clicar no botão direito do mouse depois de ter deslocado o cursor na barra de ferramentas, à direita da última ferramenta.

A **barra de estado** indica, abaixo da janela, e permanentemente, qual é a ferramenta ativa.

A **barra de atributos** permite modificar os atributos dos objetos: cores, estilos, tamanhos,... Ela é ativada pelo comando [Opções]Mostrar os atributos, e oculta de novo por [Opções]Esconder os atributos, ou pela tecla **F9**.

A **janela de ajuda** fornece uma ajuda sucinta sobre a ferramenta selecionada. Ela indica quais são os objetos esperados pela ferramenta, e o que será construído. Ela é ativada/oculta pela tecla **F1**.

A **janela texto** contém uma descrição da figura sob forma de texto. Encontramos nela o conjunto dos objetos construídos e seu método de construção. É ativada pelo comando [Opções]Mostrar a descrição, e oculta novamente por [Opções]Esconder a descrição, ou pela tecla **F10**.

Enfim, a **zona de trabalho** representa uma porção da folha de trabalho. É na zona de trabalho que efetuamos as construções geométricas.

## 1.3

### 1.3 UTILIZAÇÃO DO MOUSE

A maioria das funcionalidades do programa é realizada utilizando o mouse. As ações sobre o mouse são o deslocamento, a pressão sobre um botão, e a soltura do botão. Na ausência de indicação contrária, tratar-se-á do botão principal do mouse, que é geralmente o botão à esquerda.

- Uma seqüência pressionar-soltar é chamada clique.
- Uma seqüência pressionar-soltar-pressionar-soltar é chamada **duplo-clique**.
- Uma seqüência pressionar-deslocar-soltar é chamada **arrastar-posicionar**.

Se uma das teclas “modificadoras” **Alt**, **Ctrl** é apertada no decorrer da seqüência, é geralmente usada para que a ação seja modificada. A indicação **Ctrl+clique** significará um clique efetuado com a tecla **Ctrl** presa, e da mesma forma para as outras combinações.

Quando se desloca o mouse na zona de trabalho, o programa nos informa de três maneiras daquilo que vai produzir um clique ou um arrastar-posicionar:

- a forma do cursor,
- o texto exibido ao lado do cursor,
- uma representação parcial do objeto em fase de construção.

Segundo os casos, o texto e a representação parcial podem não ser exibidos.

## Os diferentes cursores são os seguintes:

Um objeto existente pode ser selecionado.



Um objeto existente pode ser selecionado, ou deslocado, ou utilizado em uma construção.



Aparece quando clicamos sobre um objeto existente para selecioná-lo, ou utilizá-lo em uma construção.



Várias seleções são possíveis sob o cursor. Um clique provocará a aparição de um menu permitindo precisar os objetos a serem selecionados entre todas as possibilidades.



Aparece durante o deslocamento de um objeto.



O cursor está numa parte livre da folha, e pode-se definir uma seleção retangular por arrastar-posicionar.



Indica o modo de deslocamento da folha. Pode-se entrar nesse modo a todo momento apertando e segurando a tecla **Ctrl**. Nesse modo, o arrastar-posicionar deslocará a folha na janela.



Aparece durante o deslocamento da folha.



Indica que um clique vai criar um novo ponto livre na folha.



Indica que um clique vai criar um novo ponto livre sobre um objeto existente, ou um novo ponto na intersecção de dois objetos existentes.



Indica que um clique vai preencher o objeto sob o cursor com a cor corrente.



Indica que um clique vai mudar o atributo (por exemplo a cor, o estilo, a espessura, ...) do objeto sob o cursor.



Para ilustrar este capítulo que apresenta um contato inicial com o programa, vamos construir um quadrado a partir de uma de suas diagonais. Na abertura de Cabri Geometry, um novo documento vazio é criado, e pode-se imediatamente começar uma construção.

Vamos em primeiro lugar construir o segmento que servirá de diagonal para o quadrado. Ativa-se a ferramenta **[linhas]Segmento** clicando sobre o ícone da direita e mantendo o botão do mouse apertado para abrir a caixa de ferramentas. Em seguida, desloca-se o cursor sobre a ferramenta segmento e solta-se o botão do mouse para ativá-la.

 Segmento



Figura 1.3 – Seleção da ferramenta **[linhas]Segmento**.



Figura 1.4 – Construção do primeiro ponto. Uma imagem do segmento final desloca-se com o cursor por ocasião da seleção do segundo ponto.



Figura 1.5 – O segmento é construído depois da seleção do segundo ponto. A ferramenta **[linhas]Segmento** permanece ativa, permitindo a construção de um outro segmento.



Desloquemos agora o cursor na zona de trabalho onde ele toma a forma . Cria-se o primeiro ponto com um clique. Continuemos a deslocar o cursor na zona de trabalho. Um segmento traçado entre o primeiro ponto e o cursor materializa o segmento que será construído. Cria-se o segundo ponto com um clique. Nossa figura comporta agora dois pontos e um segmento. Para construir o quadrado, poderemos utilizar a circunferência tendo este segmento por diâmetro. O centro desta circunferência é o ponto médio do segmento. Para construir esse ponto médio, ativa-se a ferramenta [construções]Ponto médio, depois desloca-se o cursor sobre o segmento. O texto **Ponto médio deste segmento** aparece então ao lado do cursor, que toma a forma . Clicando, constrói-se o ponto médio do segmento.

 Ponto médio

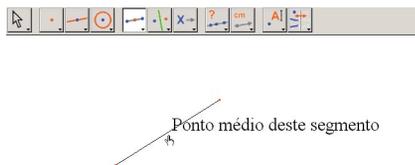
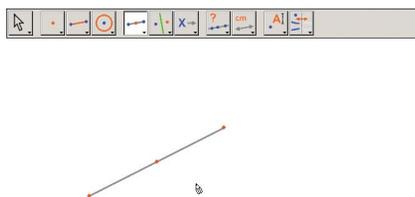


Figura 1.6 – Construção do ponto médio do segmento.



Ativa-se em seguida a ferramenta [curvas]Circunferência, e desloca-se o cursor próximo ao ponto médio construído. O texto **Este ponto como centro** então aparece e clica-se para selecionar o ponto médio do segmento como centro da circunferência. Em seguida, a ferramenta circunferência espera um ponto da circunferência. Durante o deslocamento, uma imagem da circunferência é mostrada. Desloca-se o cursor próximo a uma extremidade do segmento, e a mensagem **passando por este ponto** é exibida. Clica-se e a circunferência passando por esta extremidade é construída.

 Circunferência

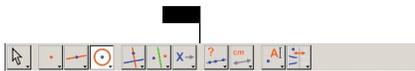


Figura 1.7– Construção da circunferência tendo por diâmetro o segmento.

 Ponteiro

Podemos ativar a ferramenta [manipulação]Ponteiro para manipular a figura. Deslocando-se sobre as extremidades do segmento, que são os pontos livres da figura, o cursor torna-se  e o texto indica **este ponto**. Pode-se deslocar o ponto por arrastar-posicionar. Neste caso, o conjunto da construção é atualizado: o segmento é redesenhado, seu ponto médio em consequência é deslocado, e a circunferência segue.

 Mediatriz

Para construir o nosso quadrado, falta encontrar a outra diagonal, que é o diâmetro da circunferência perpendicular ao segmento de partida. Vamos construir a mediatriz do segmento, é uma reta perpendicular ao segmento e passando pelo seu ponto médio. Ativa-se a ferramenta [construção]Mediatriz, depois seleciona-se o segmento para construir a mediatriz.



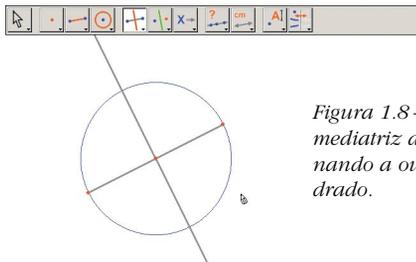


Figura 1.8 – Construção da mediatriz do segmento, determinando a outra diagonal do quadrado.

Para terminar, vamos ativar a ferramenta [linhas]Polígono. Esta ferramenta espera a seleção de uma seqüência de pontos definindo um polígono qualquer. A execução está terminada quando selecionamos de novo o ponto inicial, ou clicando duas vezes por ocasião da seleção do último ponto. Os dois pontos de interseção da circunferência e da mediatriz não estão ainda explicitamente construídos, mas Cabri Geometry, permite selecioná-los implicitamente no momento de sua utilização.

 Polígono

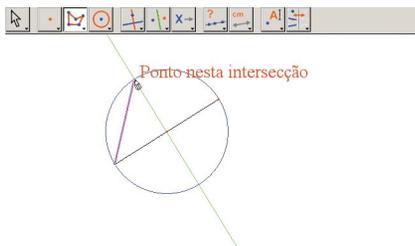
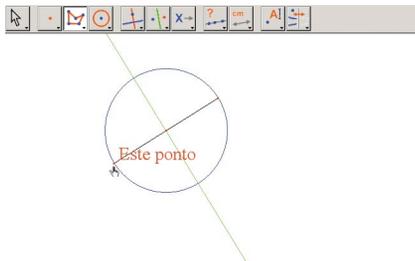
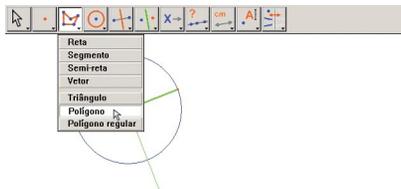
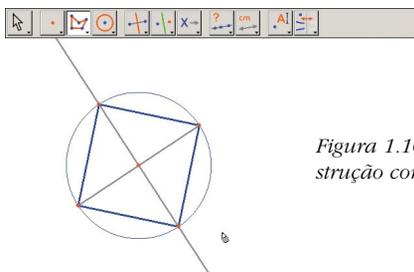


Figura 1.9 – Construção do quadrado, selecionando implicitamente as interseções entre a circunferência e a mediatriz.

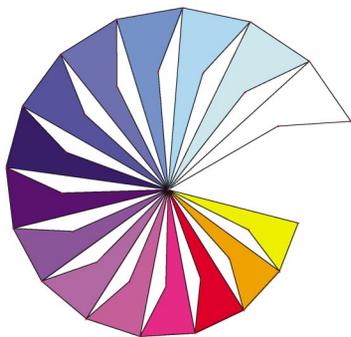
Selecionamos então uma extremidade do segmento (texto **Este ponto**) como primeiro vértice do polígono, depois deslocamos o cursor sobre uma das duas intersecções entre a circunferência e a mediatriz. O texto indica então **Ponto nesta intersecção** para indicar que um clique vai construir o ponto de intersecção e seleccioná-lo como vértice seguinte do polígono. Seleccionamos então este ponto, depois a outra extremidade do segmento, depois o outro ponto de intersecção, e enfim seleccionamos de novo o ponto inicial. O quadrado se constrói.



*Figura 1.10 – Sua primeira construção com Cabri Geometry!*

# PRIMEIRA PARTE

*Descoberta*



**CAPÍTULO 2**

**RETA DE EULER DO TRIÂNGULO**

**CAPÍTULO 3**

**A PROCURA DO PONTO  
MISTERIOSO**

**CAPÍTULO 4**

**O QUADRILÁTERO DE VARIGNON**

## RETA DE EULER DO TRIÂNGULO

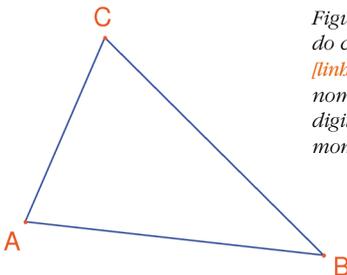
Vamos construir um triângulo  $ABC$  qualquer, depois as três medianas desse triângulo: são as retas ligando um vértice ao ponto médio do lado oposto. Construiremos em seguida as três alturas do triângulo: as retas perpendiculares a um lado e passando pelo vértice oposto. Enfim, construiremos as três mediatrizes dos lados do triângulo: as retas perpendiculares a um lado e passando pelo seu ponto médio.

Como se sabe, as três alturas, as três medianas, e as três mediatrizes são respectivamente concorrentes, e os pontos de intersecção estão alinhados sobre uma reta chamada reta de Euler do triângulo.

Para construir um triângulo, escolheremos a ferramenta **[linhas]Triângulo**. Devemos ler o capítulo **11 “CONTATO INICIAL”** da introdução para a manipulação da barra de ferramentas.

Uma vez ativada a ferramenta **[linhas]Triângulo**, basta criar então três novos pontos na janela, clicando nas zonas vazias. Podemos nomear os pontos imediatamente após a criação – aproveitando a ocasião – simplesmente digitando seus nomes no teclado.

Uma vez o triângulo construído, os nomes podem ser deslocados ao redor dos pontos, por exemplo para posicioná-los no exterior do triângulo.



*Figura 2.1 – Triângulo construído com a ferramenta **[linhas]Triângulo**. Os pontos são nomeados simultaneamente digitando seus nomes no momento da sua criação.*



<sup>1</sup> Léonard Euler,  
1707-1783

 Ponteiro

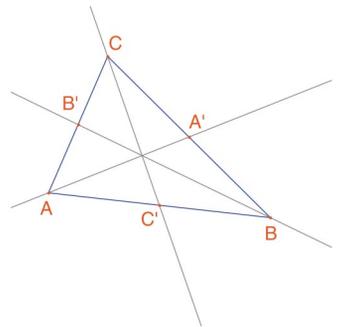
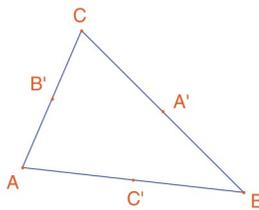
 Etiqueta

 Ponto médio

Para deslocar o nome de um objeto, utiliza-se a ferramenta **[manipulação]Ponteiro** arrastando o nome (clica-se e desloca-se o cursor mantendo o botão do mouse pressionado). Para mudar o nome de um objeto, ativa-se a ferramenta **[etiqueta e símbolos]Etiqueta**, depois seleciona-se o nome e uma janela de edição aparece.

Os pontos médios são construídos graças à ferramenta **[construções]Ponto médio**. Para construir o ponto médio de  $AB$ , selecionaremos sucessivamente  $A$  e  $B$ .

O ponto médio de um segmento, ou de um lado de um polígono, pode ser construído igualmente clicando diretamente sobre o segmento. O novo ponto pode ser nomeado simultaneamente, chamemo-lo  $C'$ . Procede-se da mesma forma para os outros dois lados construindo o ponto médio  $A'$  de  $BC$  e o ponto médio  $B'$  de  $CA$ .



*Figura 2.2 -- [À esquerda]. Os pontos médios são construídos com a ferramenta **[construções]Ponto médio**, que aceita seja dois vértices, seja um segmento, ou ainda o lado de um polígono.*

*[À direita]. As medianas são construídas com a ajuda da ferramenta **[linhas]Reta**, e sua cor é alterada com a ferramenta **[atributos]Cor**.*

 Ponteiro

A ferramenta **[manipulação]Ponteiro** nos permite deslocar livremente os objetos livres da figura, aqui os três pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Vemos que o conjunto da construção é atualizado automaticamente por ocasião do deslocamento de um desses pontos. Podemos assim explorar a construção em numerosas configurações. Para revelar os objetos livres de uma figura, basta ativar a ferramenta **[manipulação]Ponteiro** e depois clicar sobre um espaço vazio da folha mantendo o botão do mouse pressionado. Os objetos livres começam então a piscar.

A ferramenta [linhas]Reta permite construir as três medianas. Para construir a reta  $AA'$ , designaremos sucessivamente  $A$  e  $A'$ .

A ferramenta [atributos]Cor permite mudar a cor dos traços. Escolhe-se a cor na paleta, depois selecionam-se os objetos a colorir.

Depois de ter ativado a ferramenta [pontos]Ponto, aproximemos o ponteiro do ponto de intersecção das três medianas. Nesse ponto, Cabri Geometry procura criar o ponto de intersecção de duas retas. Como há ambigüidade (temos três retas concorrentes), um menu aparece permitindo escolher qual das duas retas utilizar para a construção do ponto. Por ocasião do deslocamento do cursor sobre as entradas do menu, a reta correspondente é colocada em evidência na figura. Chamemos  $G$  o ponto de intersecção das medianas.

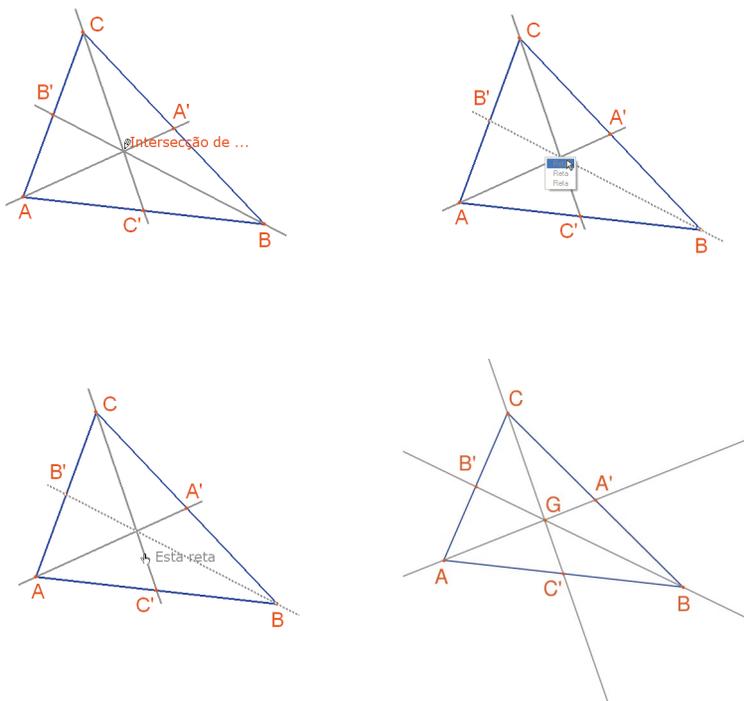


Figura 2.3 – Construção do ponto de intersecção das medianas e resolução das ambigüidades de seleção.

Reta perpendic.

Mediatriz

As alturas são construídas com a ferramenta [construções]Reta perpendicular. Esta ferramenta cria a única reta perpendicular a uma direção dada e passando por um ponto dado. Ela necessita da seleção de um ponto e de uma reta, ou de um segmento, ou de uma semi-reta. A ordem da seleção não tem importância. Para construir a altura em  $A$ , selecionaremos então  $A$ , e o lado  $BC$ . Fazemos o mesmo para as alturas em  $B$  e  $C$ . Do mesmo modo que para as medianas, escolheremos uma cor para as alturas, e construiremos seu ponto de intersecção  $H$ .

A ferramenta [construções]Mediatriz permite construir a mediatriz de um segmento. Basta selecionar o segmento ou suas extremidades. Chamaremos  $O$  o ponto de intersecção das três mediatrizes.

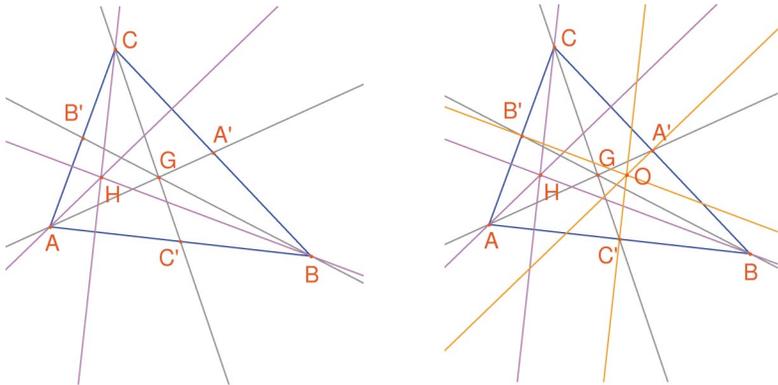


Figura 2.4 – [À esquerda]. As alturas são construídas com a ajuda da ferramenta [construções]Reta perpendicular. [À direita]. Finalmente as mediatrizes são construídas com a ajuda da ferramenta [construções]Mediatriz.

Colinear?

A ferramenta [propriedades]Colinear? nos dá a possibilidade de verificar se os três pontos  $O$ ,  $H$ , e  $G$  estão alinhados. Seleccionamos sucessivamente esses pontos, depois designamos um lugar na folha para colocar o resultado. O resultado é um texto indicando se os pontos são ou não alinhados. Quando a figura é manipulada, este texto se atualiza ao mesmo tempo que os outros elementos da figura.

Com a ferramenta [linhas]Retas, construímos a reta de Euler do triângulo que passa pelos três pontos  $O$ ,  $H$ , e  $G$ , selecionando por exemplo  $O$  e  $H$ . A ferramenta [atributos]Espessura será utilizada para colocar esta reta em evidência.

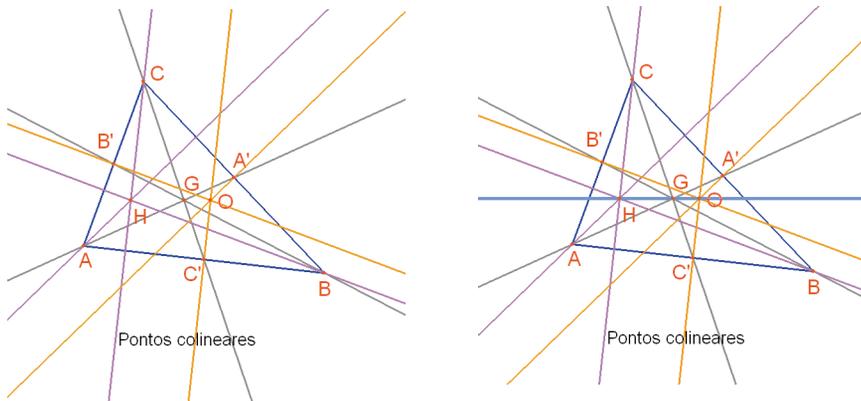


Figura 2.5 – [À esquerda]. Verificação numérica do alinhamento dos três pontos  $O$ ,  $H$ , e  $G$ . A ferramenta [propriedades]Colinear? constrói um texto **Pontos colineares** ou **Pontos não colineares** segundo o estado corrente da figura. [À direita]. A reta de Euler do triângulo, posta em evidência pela sua espessura, modificada com a ferramenta [atributos]Espessura.

Constatamos manipulando a figura que o ponto  $G$  parece permanecer entre  $O$  e  $H$ , e mesmo que sua posição relativa sobre o segmento  $OH$  não muda.

Podemos verificá-lo medindo os comprimentos  $GO$  e  $GH$ .

Ativamos a ferramenta [medida]Distância e comprimento. Esta ferramenta permite medir a distância entre dois pontos, ou o comprimento de um segmento, segundo os objetos selecionados.

Selecioneamos então  $G$  depois  $O$ ; a distância  $GO$  aparece, medida em cm. Fazemos o mesmo para  $GH$ .

Uma vez a medida efetuada, pode-se editar o texto correspondente, por exemplo acrescentando os caracteres “**GO =**” antes do número.



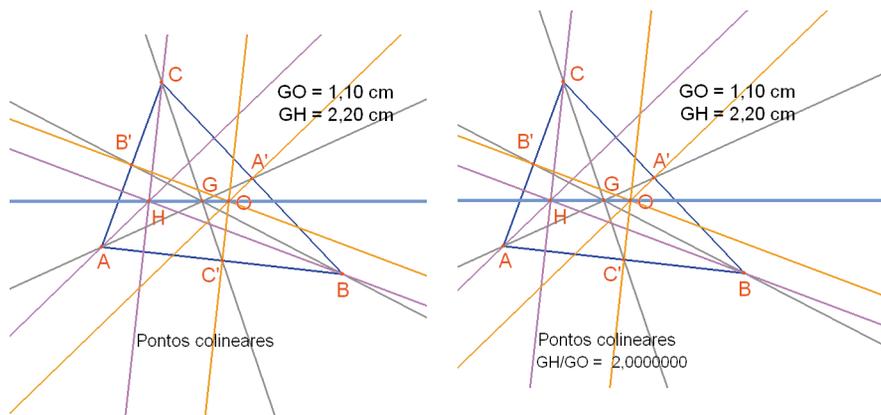


Figura 2.6 - [À esquerda]. A ferramenta [medida]Distância e comprimento permite obter as distâncias GO e GH. [À direita]. Com a ajuda da calculadora – ferramenta [medida]Calculadora – calculamos a relação GH/GO e verificamos numericamente que é igual a 2.

Calculadora

Ponteiro

Circunferência

Deslocando a figura, vemos que  $GH$  parece permanecer o dobro de  $GO$ . Vamos calcular a relação  $GH/GO$  para verificar. Ativamos a ferramenta [medida]Calculadora. Seleccionamos então a distância  $GH$ , depois o operador  $/$  (a barra da divisão), e a distância  $GO$ . Clicamos no botão  $=$  para obter o resultado, que podemos posicionar-arrastar-posicionar sobre a folha. Quando um número é selecionado (ferramenta [manipulação]Ponteiro), podemos aumentar e diminuir o número de algarismos exibidos com a ajuda das teclas  $+$  e  $-$ . Mostramos assim a relação com uma dezena de números, para constatar que permanece igual a 2.

**Exercício 1** - Completar a figura construindo a circunferência circunscrita ao triângulo, centrada em  $O$  e passando por  $A$ ,  $B$ , e  $C$ . Utilizaremos a ferramenta [curvas]Circunferência.

**Exercício 2** - Construir em seguida a “circunferência dos nove pontos” do triângulo. Trata-se da circunferência centrada no ponto médio de  $OH$ , e passando pelos pontos médios  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$  dos lados, os pés das alturas, e os pontos médios dos segmentos  $HA$ ,  $HB$ , e  $HC$ .

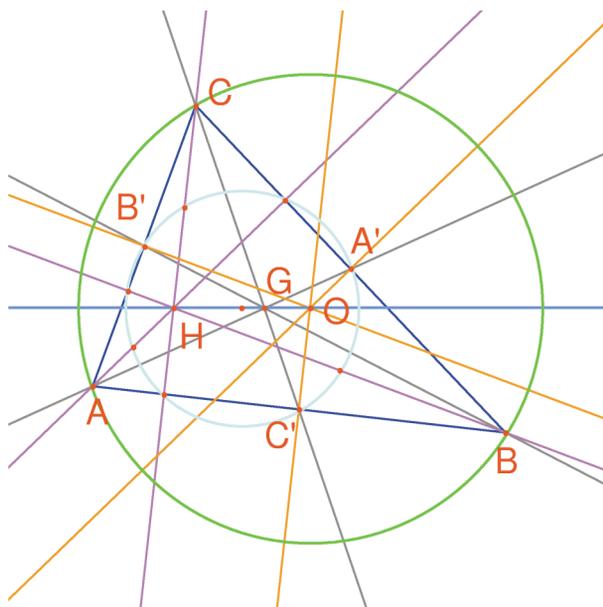


Figura 2.7 - A figura final, com a circunferência circunscrita ao triângulo e a circunferência dos nove pontos do triângulo.

## A PROCURA DO PONTO MISTERIOSO

Neste capítulo, apresentamos uma atividade colocando em prática as possibilidades de exploração oferecidas por Cabri Geometry. A partir de três pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  dados, vamos procurar os pontos  $M$  verificando a igualdade vetorial

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}.$$

Vamos então em primeiro lugar construir quatro pontos quaisquer com a ferramenta [pontos]Ponto, chamando-os  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $M$  no mesmo instante, isto é digitando seus nomes no teclado logo após a sua criação.

Cabri Geometry permite criar vetores. Cada vetor é, classicamente representado por um segmento com uma flecha.

Construímos agora o vetor  $\overrightarrow{MA}$ , com a ferramenta [linhas]Vetor, selecionando em primeiro lugar  $M$  depois  $A$ . Este vetor tem a sua origem em  $M$ . Fazemos o mesmo para  $\overrightarrow{MB}$  e  $\overrightarrow{MC}$ .

Construímos então o vetor soma  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ , ativando a ferramenta [construções]Soma de dois vetores, a quem apresentamos os dois vetores e em seguida a origem do representante da soma, aqui escolheremos  $M$ . Chamemos  $N$  a extremidade deste representante.

Construímos enfim um representante da soma dos três vetores com  $M$  como origem da mesma maneira, somando  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$  com  $\overrightarrow{MC}$ . Chamemos  $P$  a extremidade deste representante.

 Ponto

 Vetor

 Soma vetores

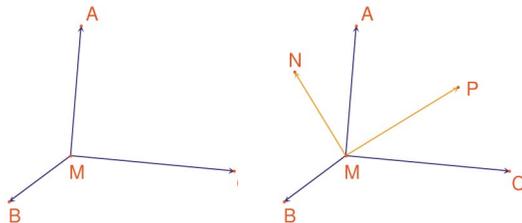


Figura 3.1 - [À esquerda]. A partir de três pontos quaisquer A, B, e C e de um ponto M, construímos os vetores  $\vec{MA}$ ,  $\vec{MB}$  e  $\vec{MC}$ . [À direita]. Com a ajuda da ferramenta [construções]Soma de dois vetores, construímos  $\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{MB}$  e  $\vec{MP} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ .

 Ponteiro

Podemos agora procurar as soluções do problema por manipulação. Para fazê-lo, ativa-se a ferramenta [manipulação]Ponteiro e desloca-se o ponto M. A soma dos três vetores aparece a todo instante por ocasião do deslocamento.

Em função da posição de M em relação aos pontos A, B, e C, observamos a norma e a orientação do vetor  $\vec{MP}$ .

Podemos então fazer as seguintes conjecturas (entre outras):

- Uma única posição de M permite anular a soma dos três vetores: o problema tem uma única solução. Esta solução está no interior do triângulo ABC.
- O quadrilátero MANB é um paralelogramo.
- O quadrilátero MCPN é um paralelogramo.
- Para que a soma seja nula, os vetores  $\vec{MN}$ , e  $\vec{MC}$ , devem ser colineares, e também de normas iguais e de direções opostas.
- $\vec{MP}$ , passa sempre por um mesmo ponto, e este ponto é a solução do problema.
- A extremidade P da soma é um ponto dependente de M. Definimos assim uma transformação que associa P ao ponto M. A solução do problema é um ponto invariante desta transformação.

Seguindo as constatações feitas, a pesquisa se orientará em uma ou outra direção.

Suponhamos por exemplo ter observado que os vetores  $\overrightarrow{MN}$  e  $\overrightarrow{MC}$ , devam ser opostos. Surge então um outro problema: para quais posições de  $M$  estes dois vetores são colineares? Desloquemos  $M$  de tal maneira que os dois vetores sejam colineares. Observamos que  $M$  percorre uma reta, e que esta reta passa por  $C$  e igualmente pelo ponto médio de  $AB$ . Esta reta contém então a mediana em  $C$  do triângulo. O ponto procurado é então a intersecção das três medianas, pois  $A$ ,  $B$  e  $C$  desempenhando o mesmo papel, o ponto está portanto sobre as outras medianas.

Para uma atividade em classe, restaria ainda aos alunos propor uma construção do ponto solução, e demonstrar esta conjectura elaborada por exploração.

O poder de convicção de uma construção dinâmica é muito mais elevado que aquele de uma figura estática realizada sobre uma folha de papel. De fato, basta manipulá-la para verificar a conjectura num grande número de casos. Uma conjectura que permanece válida após manipulação será correta na maioria dos casos

Para uma melhor utilização em classe, seria interessante abordar os seguintes pontos com os alunos (entre outros):

- Uma construção dinâmica visualmente correta está correta?
- Uma construção dinâmica correta constitui uma resposta ao problema?
- Em que momento um raciocínio pode ser qualificado de demonstração?
- O que falta a uma construção dinâmica correta para tornar-se uma demonstração?
- A demonstração deve ser baseada no processo de elaboração da figura?

**Exercício 3** - Estender o problema a quatro pontos, procurando os pontos  $M$  tais que:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}.$$

**Exercício 4\*** - Enumerar o conjunto dos “caminhos de exploração” e das demonstrações para o problema inicial (três pontos) acessíveis para um aluno da 2ª série do Ensino Médio.

**Exercício 5\*** - Estudar e construir o ponto  $M$  que minimiza a soma das distâncias a três pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  dados. Trata-se do ponto de *Fermat*<sup>1</sup> do triângulo  $ABC$ .

<sup>1</sup> Pierre Simon  
de Fermat,  
1601-1665

## O QUADRILÁTERO DE VARIGNON

Neste capítulo apresentamos algumas construções ao redor do teorema de *Varignon*<sup>1</sup>.

Vamos inicialmente construir um quadrilátero qualquer  $ABCD$ . Ativa-se a ferramenta [linhas]Polígono, depois selecionamos quatro pontos, chamados imediatamente  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ . Para terminar o polígono, selecionamos novamente  $A$  depois de ter construído  $D$ .

Construímos em seguida os pontos médios  $P$  de  $AB$ ,  $Q$  de  $BC$ ,  $R$  de  $CD$ , e  $S$  de  $DA$  com a ferramenta [construções]Ponto médio. Essa ferramenta aguarda a seleção de  $A$  depois  $B$  para construir o ponto médio de  $AB$ . Podemos igualmente selecionar diretamente o segmento  $AB$  se este já existe, seja como segmento, ou como lado de um polígono como é o caso aqui.

Construímos enfim o quadrilátero  $PQRS$  com a ferramenta [linhas]Polígono.

Manipulando a construção, com a ferramenta [manipulação]Ponteiro, observamos que  $PQRS$  parece ser ainda um paralelogramo. Vamos interrogar Cabri Geometry sobre o paralelismo de  $PQ$  e  $RS$ , assim como de  $PS$  e  $QR$ , utilizando a ferramenta [propriedades]Paralelo?. Selecionamos os lados  $PQ$  depois  $RS$ , e um texto aparece, confirmando que os dois lados são paralelos. Atenção, aqui também a verificação é numérica, e é possível que para figuras muito complexas o resultado do teste esteja errado. Verificamos da mesma forma que  $PS$  e  $QR$  são paralelos.

 Polígono

 Ponto médio

 Polígono

 Ponteiro

 Paralelo?

<sup>1</sup> Pierre Varignon,  
1654-1722

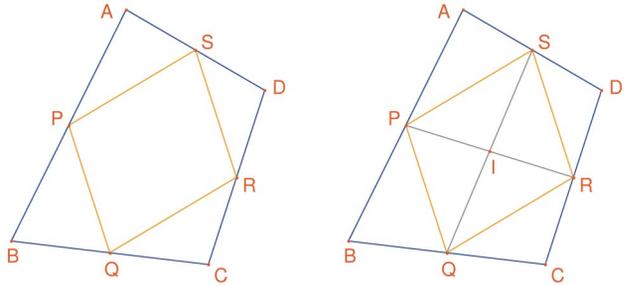


Figura 4.1 - [À esquerda]. A partir de um quadrilátero qualquer  $ABCD$ , construímos o quadrilátero  $PQRS$  cujos vértices são os pontos médios dos lados de  $ABCD$ .

[À direita]. Construção das diagonais de  $PQRS$ , das quais mostramos que as mesmas cortam-se em seus pontos médios.

Segmento

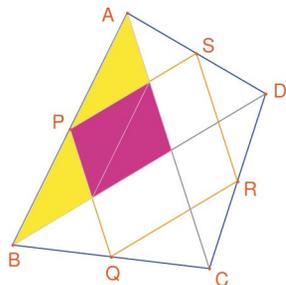
Ponto

Construímos então as duas diagonais  $PR$  e  $QS$  com a ajuda da ferramenta [linhas]Segmento, e seu ponto de intersecção  $I$  com a ferramenta [pontos]Ponto. Existem várias maneiras de demonstrar que  $I$  é o ponto médio de  $PR$  e igualmente de  $QS$ , e então que  $PQRS$  é um paralelogramo. Por exemplo com um cálculo baricêntrico:  $P$  é o baricentro de  $\{(A,1),(B,1)\}$  e  $R$  de  $\{(C,1),(D,1)\}$ , e então o ponto médio de  $PR$  é o baricentro de  $\{(A,1),(B,1),(C,1),(D,1)\}$ , e o mesmo se dá para o ponto médio de  $QS$ . Então os dois pontos médios se confundem em um ponto: o ponto de intersecção  $I$ .

O teorema de Varignon é o seguinte:

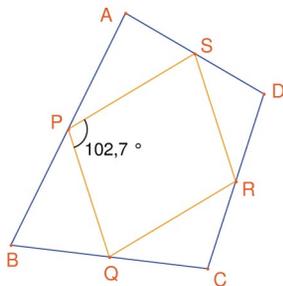
**Teorema (Varignon).** O quadrilátero  $PQRS$  construído a partir dos pontos médios de um quadrilátero  $ABCD$  qualquer é um paralelogramo, e sua área é a metade daquela de  $ABCD$ .

Figura 4.2 - Construção permitindo estabelecer a segunda parte do teorema.



**Exercício 6** - Já estabelecemos acima a primeira parte do teorema. Demonstrar a segunda parte relativa à área de  $PQRS$ . Poderemos obter uma ajuda pela figura. Deixemos agora  $A$ ,  $B$  e  $C$  fixos, e desloquemos  $D$  de maneira a tornar  $PQRS$  um retângulo. Como já sabemos que é um paralelogramo, basta que um de seus ângulos seja reto para poder afirmar que é um retângulo. Medimos então o ângulo em  $P$ , com a ajuda da ferramenta [medida]Medida de ângulo. Esta ferramenta aguarda a seleção de três pontos definindo um ângulo, o vértice sendo o segundo ponto. Por exemplo aqui selecionaremos os pontos  $S$ ,  $P$  (o vértice do ângulo) e  $Q$ .

Figura 4.3 - Medimos o ângulo em  $P$  do paralelogramo  $PQRS$ .

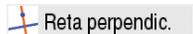
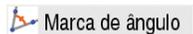
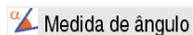


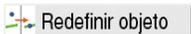
A ferramenta [medida]Medida de ângulo pode igualmente fornecer a medida de um ângulo anteriormente marcado com a ferramenta [texto e símbolos]Marcar um ângulo. Esta ferramenta aguarda três pontos definindo o ângulo, na mesma ordem que para a ferramenta [medida]Medida do ângulo.

Deslocando  $D$  de maneira que  $PQRS$  seja um retângulo, as soluções encontradas parecem sensivelmente alinhadas.

De fato se construímos as diagonais  $AC$  e  $BD$  do quadrilátero inicial, veremos que os lados de  $PQRS$  são paralelos a estas diagonais, e então que  $PQRS$  é um retângulo se e somente se  $AC$  e  $BD$  forem perpendiculares.

Vamos agora redefinir  $D$  para que  $PQRS$  seja sempre um retângulo. Tracemos a reta  $AC$  com a ferramenta [linhas]Reta selecionando  $A$  e  $C$ , depois a perpendicular a esta reta passando por  $B$ , com a ferramenta [construções]Reta perpendicular selecionando  $B$  e a reta  $AC$ .





$D$  é atualmente um ponto livre no plano. Vamos modificar sua definição, e torná-la um ponto livre sobre a perpendicular a  $AC$  que passa por  $B$ . Ativa-se a ferramenta [construções]Redefinir um objeto, depois seleciona-se  $D$ . Um menu aparece indicando as diferentes opções de redefinição para  $D$ . Escolhemos **Ponto sobre um objeto**, depois selecionamos um ponto sobre a perpendicular.  $D$  se desloca então neste ponto, e é a partir de agora obrigado a ficar sobre a reta.

A redefinição é uma maneira de exploração muito poderosa, que permite retirar ou acrescentar graus de liberdade aos elementos de uma figura sem ter de recriá-la inteiramente.

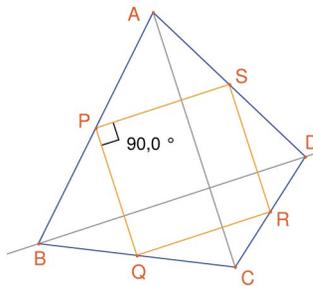


Figura 4.4 - O ponto  $D$  está agora redefinido de tal maneira que  $PQRS$  seja sempre um retângulo. Este ponto conserva ainda um grau de liberdade; ele é móvel sobre uma reta.

**Exercício 7** - Encontrar uma condição necessária e suficiente para que  $PQRS$  seja um quadrado. Redefinir mais uma vez  $D$  para que a construção forneça apenas quadrados.

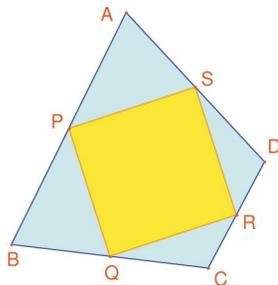
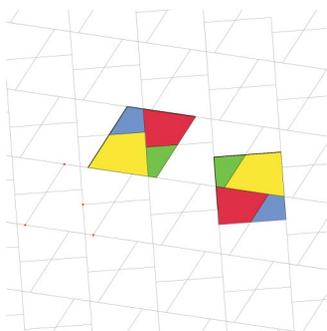


Figura 4.5 - Aqui, o ponto  $D$  não tem mais nenhum grau de liberdade, e  $PQRS$  é agora sempre um quadrado.

## SEGUNDA PARTE

Referência



**CAPÍTULO 5**

**OBJETOS E FERRAMENTAS**

**CAPÍTULO 6**

**FERRAMENTAS DE EXPLORAÇÃO**

**CAPÍTULO 7**

**ATRIBUTOS**

**CAPÍTULO 8**

**PREFERÊNCIAS E PERSONALIZAÇÃO**

**CAPÍTULO 9**

**INTERFACE**

**CAPÍTULO 10**

**EXPORTAÇÃO E IMPRESSÃO**

Referência

## OBJETOS E FERRAMENTAS

Este capítulo enumera o conjunto dos objetos manipulados por Cabri Geometry, e todas as maneiras de obtê-los assim como seus atributos. Os atributos e suas modificações são detalhados no capítulo **171“ATRIBUTOS”**. Todos os objetos têm uma etiqueta associada. Trata-se de um texto ligado ao objeto, por exemplo o nome de um ponto. Por ocasião da criação de um objeto, podemos dar-lhe imediatamente uma etiqueta curta digitada no teclado. A etiqueta de um objeto pode ser editada mais tarde a partir da ferramenta **[texto e símbolos]Etiqueta**.

 Etiqueta

### 5.1 PONTO

#### 5.1

O ponto é o objeto de base de todas as figuras. Cabri Geometry manipula os pontos no plano euclidiano, com um tratamento especial dos pontos no infinito.

Podemos criar um ponto livre no plano utilizando a ferramenta **[pontos]Ponto** e selecionando um lugar vazio na folha. O ponto pode em seguida ser deslocado livremente em qualquer lugar do plano (com a ferramenta **[manipulação]Ponteiro**).

 Ponto

 Ponteiro

Podemos criar um ponto sobre uma linha (segmento, reta, semi-reta,...) ou uma curva (circunferência, arco de circunferência, cônica, lugar geométrico) seja implicitamente com a ferramenta **[pontos]Ponto**, seja explicitamente com a ferramenta **[pontos]Ponto sobre um objeto**. O ponto assim construído pode ser deslocado livremente sobre o objeto.

 Ponto

 Ponto s/ objeto

Podemos enfim criar um ponto na intersecção de duas linhas ou curvas, seja implicitamente com a ferramenta **[pontos]Ponto**, seja explicitamente com a ferramenta **[pontos]Pontos de intersecção**. Nesse último caso, todos os pontos de intersecção entre os dois objetos são construídos simultaneamente.

 Pontos de intersecção

A ferramenta **[construções]Ponto meio** constrói o ponto meio de dois pontos, ou de um segmento, ou de um lado de um polígono.

 Ponto médio

A ferramenta [construções]Transferência de medida permite transferir um comprimento sobre uma semi-reta (selecionar a medida e a semi-reta), um eixo (selecionar a medida e o eixo), uma circunferência (selecionar a medida, a circunferência e um ponto sobre a circunferência), um vetor (selecionar a medida e o vetor) ou um polígono (selecionar a medida e o polígono). Em todos os casos, um novo ponto é construído.

Um ponto pode ser construído como imagem de um ponto por uma transformação, utilizando uma ferramenta da caixa [transformações].

Por ocasião da utilização de outras ferramentas aguardando a seleção de um ponto, podemos ou selecionar um ponto existente, ou construir um ponto implicitamente, sobre uma linha ou curva, ou numa intersecção de linhas ou curvas. Nesse caso, o funcionamento é o mesmo que para a ferramenta [pontos]Ponto.

Por ocasião da criação de uma reta ou de uma semi-reta, podemos criar o segundo ponto imediatamente mantendo a tecla **Alt** pressionada no momento da seleção do segundo ponto.

Os atributos de um ponto são sua cor, sua forma, seu tamanho, sua etiqueta, sua imagem (opcional).

## 5.2

## 5.2 RETA

Cabri Geometry manipula as retas do plano euclidiano, e além disso, eventualmente, uma reta de pontos no infinito se o tratamento do infinito for ativado nas preferências.

A ferramenta [linhas]Reta permite criar uma reta livre passando por um ponto; seleciona-se inicialmente um ponto, em seguida, clicando, fixamos a posição da reta que gira em torno do primeiro. Esta ferramenta permite igualmente construir a reta passando por dois pontos. O segundo ponto pode ser criado no mesmo momento mantendo a tecla **Alt** pressionada. No caso de uma reta definida por dois pontos e se os dois pontos são confundidos, a reta é indefinida. Construindo uma reta passando por um ponto e simultaneamente mantendo a tecla **Shift** pressionada, limitará o giro possível da reta a ângulos múltiplos de  $15^\circ$  (15, 30, 45, 60, 75...)

A ferramenta [construções]Reta perpendicular (resp. [construções]Reta paralela) constrói a única reta perpendicular (resp. paralela)

a uma direção (dada por um segmento, uma reta, uma semi-reta, um lado de polígono, um vetor, um eixo) e passando por um ponto dado.

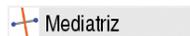
A ferramenta [construções]Mediatriz constrói a reta mediatriz de dois pontos, de um segmento ou de um lado de polígono.

A ferramenta [construções]Bissetriz constrói a bissetriz de um ângulo. Seleccionamos três pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  definindo o ângulo  $(BA,BC)$ .

O segundo ponto seleccionado é então o vértice do ângulo.

Uma reta pode ser construída como imagem de uma reta por uma transformação afim da caixa de ferramentas transformações.

Os atributos de uma reta são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, sua etiqueta.



Mediatriz



Bissetriz

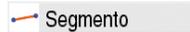
## 5.3 SEGMENTO

A ferramenta [linhas]Segmento permite construir um segmento a partir de dois pontos. Se os dois pontos se confundirem, o segmento está ainda definido, mas reduzido a um ponto.

Um segmento pode ser construído como imagem de um segmento por uma transformação afim. Construir um segmento pressionando simultaneamente a tecla **Shift**, limitará as direções possíveis a ângulos múltiplos de  $15^\circ$  como para a reta.

Os atributos de um segmento são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, seu tipo de marca, sua etiqueta, sua imagem (opcional).

### 5.3



Segmento

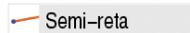
## 5.4 SEMI-RETA

A ferramenta [linhas]Semi-reta permite criar uma semi-reta livre partindo de um ponto, seleccionando este ponto, em seguida, clicando para fixar a direção da semi-reta que gira em torno de sua origem. Esta ferramenta permite igualmente construir a semi-reta partindo de um ponto e passando por um segundo ponto.

O segundo ponto pode ser criado de imediato mantendo a tecla **Alt** pressionada. Construir uma semi-reta pressionando simultaneamente a tecla **Shift**, limitará as direções possíveis a ângulos múltiplos de  $15^\circ$  como para a reta.

Se uma semi-reta é definida por dois pontos e se os dois pontos se confundirem, a semi-reta é indefinida. Uma semi-reta pode ser construída como imagem de uma semi-reta por uma transformação afim. Os atributos de uma semi-reta são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, sua etiqueta.

### 5.4



Semi-reta

## 5.5

## 5.5 VETOR

Um vetor está definido por dois pontos, suas extremidades. Um vetor é portanto manipulado como um segmento orientado, sua orientação sendo materializada por uma flecha.

 Vetor

A ferramenta [linhas]Vetor permite construir um vetor a partir de dois pontos. Se os dois pontos se confundirem, o vetor definido é o vetor nulo.

 Soma vetores

A ferramenta [construções]Soma vetores constrói um representante da soma de dois vetores. Seleccionamos os dois vetores, e a origem do representante da soma.

Um vetor pode ser construído como imagem de um vetor por uma transformação afim.

Os atributos de um vetor são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, sua etiqueta, sua imagem (opcional).

## 5.6

## 5.6 TRIÂNGULO

Um triângulo é um polígono de três vértices. Os triângulos e os polígonos são gerados da mesma forma. Como o triângulo é de longe o polígono mais utilizado, uma ferramenta especial para os triângulos está disponível.

 Triângulo

A ferramenta [linhas]Triângulo permite construir um triângulo a partir de três pontos. Os triângulos planos são autorizados e representados por segmentos. Um triângulo pode até ser reduzido a um ponto.

Um triângulo pode ser construído como imagem de um triângulo por uma transformação afim.

Os atributos de um triângulo são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, seu preenchimento, sua etiqueta, sua imagem (opcional).

## 5.7

## 5.7 POLÍGONO

Em matemática, várias definições da noção de polígono são possíveis. No Cabri Geometry, chamaremos polígono o conjunto dos  $n$  segmentos definidos a partir de  $n$  pontos ( $n \geq 3$ ).

$$P_1P_2, P_2P_3 \dots P_{n-1}P_n, P_nP_1$$

A ferramenta **[linhas]Polígono** permite construir um polígono a partir de pelo menos três pontos. Para terminar a construção, é preciso selecionar novamente o ponto inicial, ou clicar duas vezes selecionando o último ponto. Se todos os pontos forem colineares, o polígono é plano e representado por um segmento.

A ferramenta **[linhas]Polígono regular** permite construir os polígonos regulares convexos e estrelados. Selecionamos em primeiro lugar o centro do polígono, depois um primeiro vértice. Podemos escolher em seguida o número que caracteriza o polígono : o número de lados e para os polígonos estrelados, o passo.

Na primeira fase da seleção, o texto seguindo o deslocamento do cursor indica o número de vértices, e para os polígonos estrelados, o salto entre dois vértices consecutivos. Por exemplo, {5} representa um pentágono regular, e {10/3} um polígono estrelado de dez ramos obtido ligando-se os vértices 1, 4, 7, 10, 3, 6, 9, 2, 5, 8, e 1 de um decágono regular.

Um polígono pode ser construído como imagem de um polígono por uma transformação afim.

Os atributos de um polígono são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, seu preenchimento, sua etiqueta, sua imagem (opcional) no caso de um quadrilátero.

## 5.8 CIRCUNFERÊNCIA

A ferramenta **[curvas]Circunferência** permite criar uma circunferência livre selecionando seu centro, em seguida, clicando, fixamos o raio da circunferência móvel que se traça. Um segundo ponto da circunferência pode ser criado de imediato mantendo a tecla **Alt** pressionada. Criar uma circunferência e fixar o raio mantendo a tecla **Shift** pressionada, impõe ao raio medidas de valores inteiros (da unidade definida).

A ferramenta **[curvas]Circunferência** permite igualmente construir uma circunferência selecionando seu centro, depois um ponto já criado da circunferência.

Uma circunferência pode ser construída como imagem de uma circunferência por uma transformação afim.

Os atributos de uma circunferência são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, seu preenchimento, sua etiqueta.



Polígono



Polígono regular



Circunferência

### 5.8

## 5.9

## 5.9 ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA

Um arco de circunferência é a parte de uma circunferência delimitada por dois pontos e contendo um terceiro.



Arco

A ferramenta [curvas]Arco permite construir um arco a partir de três pontos: a primeira extremidade, o ponto intermediário, e a segunda extremidade. Se os três pontos estiverem alinhados, o arco torna-se ou um segmento, ou o complementar de um segmento sobre uma reta (uma reta com um “buraco”) seguindo as posições respectivas dos três pontos sobre a reta.

Um arco pode ser construído como imagem de um arco por uma transformação afim.

Os atributos de um arco são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, seu preenchimento, sua etiqueta.

## 5.10

## 5.10 CÔNICA

Cabri Geometry permite manipular todas as cônicas próprias (elipses, parábolas, hipérbolas) do plano euclidiano. As cônicas degeneradas em reunião de duas retas distintas são igualmente representadas.



Cônica

A ferramenta [curvas]Cônica permite construir a cônica passando por cinco pontos. Se quatro dos pontos estiverem alinhados, ou se dois pontos se confundirem, a cônica não é definida. Por outro lado, se somente três pontos estiverem alinhados, a cônica é definida, e degenerada em reunião de duas retas distintas.

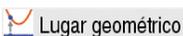
Uma cônica pode ser construída como imagem de uma cônica por uma transformação afim.

Os atributos de uma cônica são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, seu preenchimento, sua etiqueta.

## 5.11

## 5.11 LUGAR GEOMÉTRICO

Sob o termo de “lugar geométrico”, diferentes tipos de objetos são manipulados por Cabri Geometry. De modo geral, um lugar geométrico representa o conjunto das posições tomadas por um objeto  $A$  quando um ponto  $M$  livre varia sobre um objeto. Normalmente, a construção de  $A$  faz intervir o ponto  $M$ .



Lugar geométrico

Um lugar geométrico é construído utilizando a ferramenta [construções]Lugar geométrico, e selecionando o objeto  $A$ , depois o

ponto variável  $M$ . O objeto  $A$  pode ser de um dos tipos seguintes: ponto, reta, semi-reta, segmento, vetor, circunferência, arco, cônica. O ponto  $M$  pode ser um ponto livre sobre qualquer tipo de linha ou curva, incluindo um lugar geométrico, e igualmente um ponto livre sobre uma grade.

O objeto  $A$  pode igualmente ser um lugar geométrico, e construímos então um conjunto de lugares geométricos.

No caso de  $A$  ser uma reta, uma semi-reta, um segmento, um vetor, uma circunferência ou uma cônica, o lugar geométrico é ou o envelope das retas, semi-retas, ... ou o conjunto desses objetos, seguindo a opção “Envelope” ativada nas Preferências (ver capítulo **18** “PREFERÊNCIAS”). Os vetores se comportam exatamente como os segmentos para os lugares geométricos.

O envelope de um conjunto de semi-retas, segmentos, vetores é o envelope das retas suportes, restrito aos pontos efetivamente atingidos.

No caso de  $A$  ser um arco, o lugar geométrico é automaticamente o conjunto das posições de  $A$ .

Os atributos de um lugar geométrico são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, sua etiqueta, seu método de construção (envelope ou conjunto de posições), seu método de traçado (contínuo, conjunto de pontos), o número mínimo de posições calculadas em caso de traçado por conjunto de pontos.

## 5.12 TRANSFORMAÇÃO

### 5.12

Não existe explicitamente um objeto de tipo transformação em Cabri Geometry. As transformações são manipuladas através das ferramentas. Cada uma destas ferramentas aplica a um objeto uma transformação definida por elementos (centro, eixo, ângulo,...).

Cabri Geometry permite a utilização das transformações afins e euclidianas usuais (homotetia, translação, simetria axial, simetria central, rotação) assim como da inversão.

Em todos os casos, devemos selecionar o objeto a transformar e os elementos de sua transformação.

Se o objeto a transformar for do mesmo tipo que um dos elementos que definem a transformação, ele deve ser selecionado em primeiro lugar. Nos outros casos, a ordem não tem importância. Por exemplo, para construir o simétrico de um ponto  $M$  em relação a um ponto  $C$ , selecionamos  $M$  depois  $C$ . Para o simétrico de uma reta  $D$  em relação a um ponto  $C$ , a ordem de seleção é indiferente.

O objeto a transformar pode ser um ponto, ou não importa qual tipo de linha ou curva, com a exceção dos lugares geométricos. Para Cabri Geometry, a inversão só pode transformar pontos. Para criar a imagem por inversão de outros objetos, poderemos utilizar a ferramenta [Construção]Lugar geométrico.

 Simetria axial

A ferramenta [transformações]Simetria axial aplica uma simetria ortogonal em relação a uma reta. Selecionamos o objeto a transformar e uma linha definindo o eixo: reta, semi-reta, segmento, vetor, lado do polígono, eixo.

 Simetria central

A ferramenta [transformações]Simetria central aplica uma simetria em relação a um ponto (simetria central ou meia-volta). Selecionamos o objeto a transformar e o centro de simetria (um ponto).

 Translação

A ferramenta [transformações]Translação aplica uma translação. Selecionamos o objeto a transformar e um vetor definindo a translação.

 Homotetia

A ferramenta [transformações]Homotetia aplica uma homotetia. Selecionamos o objeto a transformar, o fator (um número sobre a folha), e o centro da homotetia (um ponto).

 Rotação

A ferramenta [transformações]Rotação aplica uma rotação. Selecionamos o objeto a transformar, o centro da rotação (um ponto), o ângulo da rotação. O ângulo de rotação pode ser definido por:

- 3 pontos, existentes ou a criar. Os três podem ser criados de imediato.
- um número, a entrar na folha com a ferramenta [texto e símbolos]Número.

 Inversão

Enfim, a ferramenta [transformações]Inversão constrói o inverso de um ponto em relação a uma circunferência. Selecionamos o ponto a transformar e a circunferência invariante pela inversão. Lembremos que uma inversão de centro  $O$ , de potência positiva  $k$  tem para invariantes os pontos da circunferência de centro  $O$ , com o raio sendo a raiz quadrada de  $k$ .

Em Cabri Geometry a inversão se aplica a pontos. Para inverter outros objetos, substituí a inversão por uma macro cujo uso é mais flexível.

## 5.13 MACRO

## 5.13

Uma macro é definida a partir de uma parte de uma figura. Uma vez definida, a macro pode ser utilizada como qualquer outra ferramenta, e reproduz a construção desta parte a partir de elementos de base selecionados pelo usuário.

Por exemplo, podemos definir uma macro que constrói um quadrado cuja diagonal é um segmento dado. Para definir a macro, é preciso realizar efetivamente a construção do quadrado a partir de um segmento qualquer, depois selecionar os objetos iniciais – aqui o segmento – e os objetos finais – aqui o quadrado – e enfim definir a macro. Dispostos em seguida de uma nova ferramenta na caixa de ferramentas [macro], que aguardará a seleção de um segmento, e reproduzirá a construção a partir deste segmento. Os objetos intermediários construídos durante a aplicação da macro estão ocultos, e não podem ser mostrados.

Para definir uma macro, é preciso então que a construção correspondente tenha já sido realizada. Em seguida, ativamos a ferramenta [macro]Objetos iniciais depois selecionamos os objetos iniciais. No caso de objetos do mesmo tipo, a ordem de seleção é importante e será utilizada no momento da aplicação da macro. Para objetos iniciais de tipos diferentes, a ordem de seleção não tem importância. O conjunto dos objetos iniciais é posto em evidência por um piscar. Para acrescentar ou retirar um objeto de um conjunto, basta selecioná-lo.

Uma vez definidos os objetos iniciais, é preciso definir os objetos finais, com a ferramenta [macro]Objetos finais.

A seleção se faz da mesma maneira. Enquanto a macro não for definida, os conjuntos de objetos iniciais e finais ficam na memória, e podem ser modificados à vontade.

A macro é definida em seguida com a ferramenta [macro]Definir uma macro. Cabri Geometry verifica inicialmente que os objetos finais podem ser efetivamente construídos a partir dos objetos iniciais. Se não for o caso, a macro não está definida, e uma mensagem de advertência aparece: **esta macro-construção não é coerente. Cabri não pode determinar os objetos finais a partir dos objetos iniciais.**

X→ Objetos iniciais

→Y Objetos finais

X→Y Definir macro...

Se a macro for coerente, uma caixa de diálogo aparece, para editar os atributos da macro. Só o nome da construção deve ser obrigatoriamente preenchido. Os outros atributos são opcionais.

- **Nome da construção.** É o nome da macro tal como aparece na caixa de ferramentas **[macro]**.
- **Nome do primeiro objeto final.** Este nome aparecerá para identificar o objeto no momento da passagem do cursor. Por exemplo se a macro constrói a mediatriz de dois pontos, o nome do primeiro objeto final poderá ser **Esta mediatriz**.
- **Senha.** Se uma senha é fornecida, os objetos intermediários da macro serão inacessíveis na janela mostrando a macro sob forma de texto (acessível por **F10**).

A outra parte da janela permite editar o ícone da macro. O botão "Salvar" permite registrar a macro sozinha num arquivo. Uma macro é salva na figura onde ela é definida, e nas figuras onde é utilizada. Uma macro carregada numa figura é utilizável nas outras figuras abertas simultaneamente.

Se uma macro tendo o mesmo nome e construindo os mesmos tipos de objetos finais já for definida, Cabri Geometry deixa a escolha entre ampliar ou substituir a macro existente. Se escolhermos ampliar, uma das duas macros será utilizada, segundo os tipos de objetos iniciais selecionados. Por exemplo, se uma macro é definida a partir de dois pontos, podemos ampliar a macro por uma macro idêntica definida a partir de um segmento. As ferramentas convencionais **[construções]Mediatriz, [construções]Ponto médio, ...** foram ampliadas desta maneira.

Para utilizar a macro, ativamos a ferramenta correspondente da caixa de ferramentas **[macro]**, depois selecionamos os objetos iniciais. Quando todos os objetos iniciais são selecionados, a construção é reproduzida, e obtemos os novos objetos finais. Os objetos intermediários estão ocultos, e não podem ser mostrados com a ferramenta **[atributos]Ocultar/Mostrar**.

No momento da utilização de uma macro, pressionando a tecla **Alt** por ocasião da seleção de um objeto, definimos o objeto como argumento implícito da macro. Quando da próxima utilização da macro, não será necessário selecionar este argumento, e o



objeto será automaticamente selecionado. Se por exemplo a macro aguarda dois pontos e uma circunferência, e nós a aplicamos uma primeira vez selecionando dois pontos, e pressionando **Alt** no momento da seleção da circunferência, então poderemos em seguida aplicar a macro selecionando só dois pontos, e a circunferência anteriormente selecionada será automaticamente selecionada. Isto pode ser útil em caso de geometria hiperbólica : o horizonte ou « círculo limite » do modelo de *Poincaré*<sup>1</sup> pode ser implicitamente incluído na macro.

Os atributos dos objetos finais que diferem dos atributos por default no momento da criação da macro serão salvos com a macro, e aplicados aos objetos criados pela utilização da macro.

## 5.14 NÚMERO

### 5.14

Um número é um real presente sobre a folha, eventualmente acompanhado de uma unidade. Os números são afixados enquanto elementos dinâmicos inseridos num texto (ver a seção “**15.171 Texto**”). No momento da criação de um número, Cabri Geometria cria então um texto contendo unicamente este número. Podemos depois editar o texto livremente.

A ferramenta **[texto e símbolos]Número** permite digitar um número diretamente sobre a folha de trabalho. O número pode em seguida ser editado e animado. As flechas alto e baixo que aparecem na janela do texto que contém o número, bem como a animação, aumentam ou diminuem o número. O passo do acréscimo ou decréscimo depende da posição do cursor no texto. Por exemplo, se o número exibido for 30,29 e o cursor estiver entre os algarismos 2 e 9, as flechas e a animação modificarão o número por incrementos de 0,1.

A ferramenta **[medida]Distância e comprimento** cria um número representando a distância entre dois pontos, um ponto e uma reta, um ponto e uma circunferência, ou o comprimento de um segmento, de um vetor, ou o perímetro de um polígono, de uma circunferência, de uma elipse, de um arco de circunferência. O resultado é munido de uma unidade de comprimento, por default o cm.

A ferramenta **[medida]Área** constrói um número representando a área de uma região poligonal, de um círculo, de uma região elíptica. O resultado é munido de uma unidade de superfície, por default o cm<sup>2</sup>.

A ferramenta **[medida]Coeficiente angular** mede o coeficiente

**2.1** Número

**cm** Dist./comprim.

**cm<sup>2</sup>** Area

**%** Coef. angular

<sup>1</sup> Henri Poincaré,  
1854 - 1912

 Medida de ângulo

angular de uma reta, de uma semi-reta, de um segmento, de um vetor. O resultado é sem dimensão.

A ferramenta [medida]Medida de ângulo constrói a medida de um ângulo. Ela aguarda ou três pontos  $A$ ,  $O$ ,  $B$  definindo o ângulo  $(OA,OB)$  de vértice  $O$ , ou uma marca de ângulo já construída. O resultado é expresso na unidade de ângulo corrente (grau, radiano, ou grado) definido nas preferências (ver o capítulo **IBFI"REFERÊNCIAS"**). No caso de um ângulo definido por três pontos, a medida é aquela do ângulo não orientado entre as retas  $OA$  e  $OB$ , e é então incluída entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .

 Calculadora

A ferramenta [medida]Calculadora permite fazer cálculos a partir dos números já presentes sobre a folha, das constantes pi e infinito, e de reais digitados diretamente. Os operadores usuais são utilizáveis:  $x + y$ ,  $x - y$ ,  $x * y$ ,  $x / y$ ,  $-x$ ,  $x^y$ , assim como os parênteses. A calculadora reconhece igualmente as seguintes funções usuais:  $abs(x)$ ,  $sqr(x)$ ,  $sin(x)$ ,  $cos(x)$ ,  $tan(x)$ ,  $arcsin(x)$ ,  $arccos(x)$ ,  $arctan(x)$ ,  $sinb(x)$ ,  $cosb(x)$ ,  $tanb(x)$ ,  $arcsinb(x)$ ,  $arccosb(x)$ ,  $arctanb(x)$ ,  $ln(x)$ ,  $log(x)$ ,  $exp(x)$ ,  $min(x,y)$ ,  $max(x,y)$ ,  $ceil(x)$ ,  $floor(x)$ ,  $round(x)$ ,  $sign(x)$ ,  $random(x,y)$ . Diferentes variações destas sintaxes são igualmente reconhecidas: uma maiúscula inicial,  $asin$ ,  $sb$ ,  $asb$ ,  $argsb...$  As funções inversas podem ser selecionadas com a ajuda do botão **inv** seguido da função. Por exemplo por **arcsin**, clicaremos sobre os botões **inv** e depois **sin**. Isto se estende a **inv-sqrt** que dá  $\sqrt{x}$ , **inv-ln** que dá  $\exp(e^x)$  **inv-log** que dá  $10^x$ . Com exceção dos operadores clássicos cuja semântica é evidente,  $floor(x)$  significa o maior inteiro inferior ou igual a  $x$ ,  $ceil(x)$  significa o menor inteiro superior ou igual a  $x$ ,  $round(x)$  significa o inteiro mais próximo de  $x$  em valor absoluto,  $sign(x)$  significa  $-1$ ,  $0$ , ou  $+1$  dependendo do  $x$  ser negativo, nulo, ou positivo, e enfim  $random(x,y)$  significa um número real aleatório entre  $x$  e  $y$ , seguindo a lei de distribuição uniforme.

Para que o resultado de  $random(x,y)$  seja atualizado quando a figura é manipulada, é preciso introduzir um parâmetro dependendo da figura nos argumentos de  $random$ , mesmo se este parâmetro não tiver nenhum efeito sobre o resultado, por exemplo  $random(0,1 + 0 * a)$ , com a dependendo de um elemento livre da figura. O botão **=** calcula o resultado. Pode-se em seguida arrastar-posicionar o resultado livremente sobre a folha. Este resultado é atualizado no momento das manipulações da figura.

Diferentes unidades podem ser utilizadas num mesmo cálculo; por exemplo a soma 1 inch + 1 cm dá como resultado 3,54 cm.

A ferramenta [medida]Aplicar uma expressão calcula o valor de uma expressão presente sobre a folha. Selecionamos a expressão,

 Aplic. express.

depois o programa aguarda que o usuário selecione um número da folha para cada uma das variáveis da expressão. Por exemplo se a expressão é  $3 * x + 2 * y - 1$ , Cabri Geometry aguardará um número para  $x$ , depois um número para  $y$ , depois criará um novo número representando o resultado, que posicionaremos livremente sobre a folha. Este número poderá servir de base para novos cálculos. Como dissemos acima, um número que aparece na tela está no interior de um texto. Um número herda os atributos gráficos do texto do qual ele faz parte (ver os atributos de texto na seção **15.171** “**Texto**”). Além desses atributos, ele possui como atributo específico a quantidade de algarismos significativos exibidos. Para cada incógnita  $a, b, c \dots$  ou  $x, y$ . Cabri Geometry pede o valor; quando a expressão é da forma  $f(x)$ , clicando sobre o eixo, desenha-se automaticamente a gráfica de  $y = f(x)$ .

## 5.15 PROPRIEDADE

Uma propriedade é exibida sob a forma de uma parte de texto na figura. Ela é gerada do mesmo modo que um número, e aparece no momento da manipulação da figura. O texto correspondente à propriedade pode ser editado.

A ferramenta **[propriedades]Colinear?** verifica o alinhamento de três pontos. O texto correspondente é ou **Pontos colineares**, ou **Pontos não colineares**.

A ferramenta **[propriedades]Paralelo?** verifica o paralelismo de duas direções. Cada direção é definida por uma reta, uma semi-reta, um segmento, um vetor, um lado de polígono, um eixo. O resultado é ou **Objetos paralelos**, ou **Objetos não paralelos**.

A ferramenta **[propriedades]Perpendicular?** verifica o perpendicularismo entre duas direções. Seu funcionamento é idêntico à ferramenta **[propriedades]Paralelo ?**.

A ferramenta **[propriedades]Equidistante?** aguarda a seleção de três pontos  $O, A$ , e  $B$  e verifica se as distância  $OA$  e  $OB$  são iguais. O resultado é ou **Pontos equidistantes** ou **Pontos não equidistantes**.

A ferramenta **[propriedades]Pertencente?** aguarda a seleção de um ponto e de um outro objeto que não seja um ponto, e verifica que o ponto está sobre o objeto. O resultado é ou **Este ponto está sobre o objeto**, ou **Este ponto não está sobre o objeto**.

Uma propriedade herda os atributos do texto do qual faz parte (ver os atributos de texto na seção **15.171** “**Texto**”).

### 5.15

 Colinear?

 Paralelo?

 Perpendicular?

 Equidistante?

 Pertencente?

## 5.16

## 5.16 EXPRESSÃO

Uma expressão é um texto representando um expressão com sintaxe correta para a calculadora e contendo uma ou várias variáveis. Os nomes admitidos para as variáveis são  $a, b, \dots, z$  (letras minúsculas)

$\frac{3x+}{2y}$  Expressão

A ferramenta **[texto e símbolos]Expressão** permite criar uma nova expressão. As expressões são editadas como textos. Sua correção sintática só é verificada no momento da aplicação (ver a seção anterior sobre os números).

$\frac{3x+}{2y} =$  Aplic. express.

Os operadores não devem ser omitidos:  $3 * x$  é identificado enquanto  $3x$  não é. Uma expressão pode em seguida ser calculada para diferentes valores de suas variáveis, utilizando a ferramenta **[medida]Aplicar uma expressão**. Esta ferramenta aguarda a seleção de uma expressão, depois números sobre a folha correspondendo aos valores das diferentes variáveis. No caso da expressão  $f(x)$  comportar a única variável  $x$ , esta ferramenta permite igualmente selecionar a expressão, depois um eixo, e vai então desenhar diretamente o gráfico da função correspondente  $y = f(x)$ .

Os atributos de uma expressão são seu formato de letras, seu alinhamento, as três cores de fundo, do quadro, e dos caracteres.

## 5.17

## 5.17 TEXTO

O texto é um retângulo contendo caracteres “estáticos” e elementos “dinâmicos”. Os elementos dinâmicos são atualizados com a figura: são os números e as propriedades presentes sobre a folha.

Todos os textos presentes sobre a folha são editáveis livremente. As ferramentas construindo números ou propriedades, constroem implicitamente um texto contendo o número ou a propriedade. Se medirmos a distância entre dois pontos  $A$  e  $B$ , podemos diretamente acrescentar os caracteres “**AB =**” diante do número contido no texto assim criado.

Ab| Texto

A ferramenta **[texto e símbolos]Texto** permite criar ou editar um texto. No momento da edição, podemos incluir no texto elementos dinâmicos tais como números e propriedades. O texto das etiquetas se atualiza automaticamente com as modificações ou evoluções da figura.

$\frac{(x,y)}{y=f(x)}$  Equação/coord.

A ferramenta **[medida]Equação e Coordenadas** cria um texto representando as coordenadas dos pontos ou a equação de outros obje-

tos selecionados. Estes objetos podem ser um ponto, uma reta, uma circunferência, uma cônica, um lugar geométrico. No caso dos pontos, obtemos um texto do tipo (3,14; 2,07).

Para os outros objetos, obtemos uma equação algébrica sob diferentes formas segundo a regulação das preferências:  $ax + by + c = 0$  ou  $y = ax + b$  para as retas e  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$  ou  $(x - x_0)^2 / a^2 \pm (y - y_0)^2 / b^2 = \pm 1$  para as cônicas.

Para os lugares geométricos, o algoritmo de determinação das equações se aplica às curvas algébricas de grau no máximo igual a 6.

Para lugares geométricos possuindo pontos de magnitudes muito diferentes, erros numéricos aparecem muito rapidamente quando o grau aumenta.

Quando vários eixos são definidos, a ferramenta [medida]Equação e Coordenadas aguarda a seleção de um dos eixos.

Os atributos de um texto são sua fonte de caracteres, seu alinhamento, as três cores de fundo, do quadro, e de texto. As equações possuem como atributos suplementares o tipo da equação e o sistema de coordenadas utilizado.

## 5.18 MARCA DE ÂNGULO

5.18

Uma marca de ângulo é construída com a ajuda da ferramenta [texto e símbolos]Marcar um ângulo. A ferramenta aguarda três pontos  $A$ ,  $O$ , e  $B$  e marca o ângulo  $(OA,OB)$  de vértice  $O$ . Se o ângulo for reto, a marca toma automaticamente uma forma específica.

 Marca de ângulo

A ferramenta [Manipulação]Ponteiro permite modificar o tamanho da marca, e também de marcar o ângulo côncavo a partir de um ângulo convexo criado: para fazer isto, é suficiente arrastar-posicionar a marca “atravessando” o vértice do ângulo, para transferi-la para o outro lado do vértice.

 Ponteiro

Os atributos de uma marca de ângulo são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço, seu tipo de marca, sua etiqueta.

## 5.19

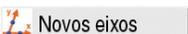
## 5.19 EIXOS

Um sistema de eixos é composto de um ponto (a origem) e de duas retas (os eixos) passando por este ponto e munidas cada uma de um ponto unidade. Os eixos não são necessariamente perpendiculares, mas para que eles definam um referencial, não devem ser confundidos.

Toda figura dispõe de uma origem e de eixos por default. A origem é inicialmente no centro da folha e os eixos são perpendiculares com uma unidade de 1cm.

As ferramentas [\[atributos\]Mostrar os eixos](#) e [\[atributos\]Esconder os eixos](#) permitem mostrar e ocultar os eixos por default.





A ferramenta [\[atributos\]Novos eixos](#) permite criar novos eixos seguindo dois possíveis procedimentos:

- procedimento, um ponto + duas direções: em tres cliques sucessivos seleciona-se a origem, a direção do primeiro eixo, a direção do segundo eixo. A escala é automaticamente indicada como uma unidade = 1cm para cada eixo.
- procedimento, um ponto + uma direção e uma escala: criar um ponto antes de ativar a ferramenta. Ativar a ferramenta e em tres cliques sucessivos selecionar a origem, fixar simultaneamente a direção do primeiro eixo e sua escala com um clique sobre o ponto existente, (é também possível criar o ponto de imediato pressionando a tecla **Alt**), finalmente selecionar a direção do segundo eixo com o último clique.

Os atributos de um sistema de eixos são sua cor, sua espessura, seu tipo de traço.

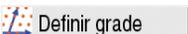
## 5.20

## 5.20 GRADE

Uma grade é definida a partir do sistema existente de eixos. Ela representa um conjunto infinito de pontos regularmente distribuídos segundo os eixos da folha (seja em coordenadas cartesianas, seja em coordenadas polares).

Criamos uma grade com a ferramenta [\[atributos\]Grade](#) selecionando um sistema de eixos.

Os atributos de uma grade são a cor de seus pontos e o tipo de sistema de coordenadas escolhido (cartesiano ou polar).



## 5.21 TABELA

### 5.21

Uma tabela é um quadro destinado a recolher séries de números provenientes da folha de trabalho. Uma figura só pode conter uma tabela.

Criamos uma tabela com a ferramenta [medida]Tabela.

Um primeiro clique cria a tabela na posição do cursor. Em seguida, clicando sobre números existentes, os deslocamos sobre as primeiras células da primeira linha.

Com a ferramenta [manipulação]Ponteiro pode-se selecionar a tabela, e dimensionar sua janela colocando o cursor no seu canto inferior direito. Se um texto é acrescentado diante do número, esse texto será utilizado como título da coluna correspondente.

Podemos em seguida manipular a figura e utilizar a tecla **Tab** para criar uma nova linha com os valores correntes dos números escolhidos. Se selecionarmos a tabela antes de lançar uma animação, a tabela será automaticamente preenchida no momento da animação, até 1000 linhas. Se selecionarmos uma tabela antes de efetuar o comando [Edição]Copiar, o conteúdo numérico da tabela é copiado sob forma de texto na área de transferência, e pode ser colado tal qual num programa como Microsoft® Excel, o que permite explorar os dados produzidos.



## FERRAMENTAS DE EXPLORAÇÃO

### 6.1 RASTRO

A ferramenta [texto e símbolos]Rastro permite selecionar os objetos deixando um rastro no momento da manipulação da figura. Quando a ferramenta está ativa, os objetos deixando um rastro são assinalados por um piscar. Acrescentamos ou suprimimos os objetos da lista selecionando-os, como para as outras ferramentas desse tipo (objetos iniciais e finais de uma macro, objetos ocultos.). Por ocasião da manipulação da figura, os objetos selecionados vão deixar um rastro de sua posição, o que permite estudar suas variações.

#### 6.1

 Rastro On/Off

### 6.2 FIXO / LIVRE (PERCEVEJO)

A ferramenta [texto e símbolos]Fixo/Livre permite fixar a posição de pontos livres ou de pontos livres sobre um objeto. Esses pontos aparecem então com um pequeno percevejo quando a ferramenta é ativada. Fixar um ponto com um percevejo faz com que não podemos mais manipular não só este ponto, mas igualmente todos os objetos que intervêm na sua construção. Quando fixado, ele não pode ser borrado.

#### 6.2

 Fixo/Livre

### 6.3 REDEFINIÇÃO

A redefinição é uma função potente permitindo modificar a definição de um elemento já construído. Podemos por exemplo substituir uma construção por outra, ou diminuir ou aumentar o número de graus de liberdade de um objeto.

Para redefinir um objeto, ativamos a ferramenta [construções] Redefinir um objeto, depois selecionamos o objeto. Um menu (dependente do objeto) então aparece, permitindo escolher o tipo de redefinição a efetuar. Segundo a opção escolhida, é preciso selecionar um ou vários objetos, ou eventualmente nenhum.

#### 6.3

 Redefinir objeto

## 6.4 ANIMAÇÃO

As ferramentas [texto e símbolos]Animação e [texto e símbolos]Múltipla animação permitem animar um ou vários elementos da figura. Animar uma figura consiste a “lançar” um ou vários objetos seguindo uma trajetória definida pelo usuário.

Para lançar uma animação simples, ativa-se a ferramenta [texto e símbolos]Animação, depois clica-se sobre o objeto a animar e mantendo o botão pressionado, desloca-se o cursor. Estendemos então uma pequena “mola”, que fixa a direção e a velocidade da animação. A velocidade global da animação é inicialmente determinada com a extensão da mola. Utilizando então as teclas + e - pode-se aumentar ou diminuir a velocidade inicial.

A animação é lançada quando soltamos o botão, e dura enquanto a ferramenta estiver ativada. Um clique numa zona livre da figura interrompe a animação. Pontos animados sobre um objeto movem-se continuamente sobre ele. Pontos animados sobre um segmento movem-se de uma extremidade a outra. Um número, livre ou em texto, pode animar-se de cima para baixo.

Para definir e lançar uma animação múltipla, ativa-se a ferramenta [texto e símbolos]Múltipla animação. Uma janela de controle então aparece. Ela permite definir e suprimir molas (botões do alto), de lançar e de parar a animação (botão em baixo à esquerda), e de recolocar a figura no estado inicial (botão em baixo à direita). A escolha das molas a criar é feita clicando sobre um ponto, em seguida, clicando novamente para definir a velocidade e a direção da animação. A ergonomia é um pouco diferente daquela da ferramenta animação simples, já que aqui não temos a manter o botão do mouse pressionado.

Os parâmetros da animação múltipla são conservados quando deixamos esta ferramenta, e quando registramos a figura.

Uma opção no momento de salvar permite lançar automaticamente a animação múltipla nas futuras aberturas da figura.

## 6.5 REGISTRO DE UMA SESSÃO

O menu [Sessão] permite registrar uma sessão de utilização, por exemplo para analisar as estratégias de resolução de um aluno e de imprimir a sessão etapa por etapa (há várias etapas por pági-

 Animação Múltipla animação

na). Esta gravação etapa por etapa oferece uma possibilidade de “undo”/desfazer .

## 6.6 DESCRIÇÃO DA FIGURA

### 6.6

A tecla **F10** permite exibir e mascarar a janela texto. Nesta janela, aparece sob forma textual o conjunto de construções da figura, na ordem cronológica de sua criação.

Um clique sobre um objeto coloca em negrito os objetos que servem a construí-lo. Podemos igualmente utilizar esta janela para designar objetos e nomear os que não o são.

O conteúdo desta janela pode ser copiado e colado em outras aplicações, como texto descritivo da figura. A cópia se faz a partir do menu contextual aparecendo com um clique-direita na janela de descrição. Este menu contextual permite igualmente exibir os objetos ocultos e os objetos intermediários das macros (eventualmente depois de digitar uma senha definida no momento de criar a macro ou de salvar a figura).

Um clique sobre um objeto da folha de trabalho realça a linha correspondente na janela “Mostrar a descrição”. Ao invés, um clique sobre uma linha da janela “Mostrar a descrição” seleciona o objeto correspondente da figura.

## ATRIBUTOS

Os atributos de um objeto são acessíveis em geral de várias maneiras:

- utilizando uma ferramenta da caixa [atributos] mudando especificamente um atributo,
- utilizando a ferramenta [atributos]Aparência,
- através do menu contextual do objeto, acessível por um clique do botão direito quando o cursor está sobre o objeto,
- com a ajuda da barra de atributos, que tornamos visível selecionando o menu [Opções]Mostrar os atributos ou pressionando a tecla **F9**,
- a caixa de diálogo “Preferências” permite modificar os atributos pôr default dos novos objetos , mas igualmente aqueles dos objetos selecionados (ver o capítulo **181”PREFERÊNCIAS”**).

Os atributos por default dos novos objetos no momento de sua criação são definidos na caixa de diálogo das preferências (ver o capítulo **181”PREFERÊNCIAS”**).

### 7.1 COR

Para os pontos, trata-se da cor do ponto; para as curvas, da cor da curva; para os textos, da cor dos caracteres.

A cor é modificada com a ferramenta [atributos]Cor, selecionando na paleta a cor escolhida, depois selecionando os objetos que devem receber a cor.



### 7.1



A cor é igualmente modificada com a ferramenta  da barra de atributos, selecionando o(s) objeto(s) a colorir, depois a cor.

Enfim, podemos designar uma cor calculada a um objeto. Isto é feito unicamente através do menu contextual do objeto, escolhendo **[Botão direito]Cor variável**: selecionar o parâmetro vermelho/verde/azul. Cabri Geometry aguarda então a seleção de um número sobre a folha de trabalho. A correspondência entre a intensidade  $i$  da componente no intervalo  $[0,1]$  e o número  $x$  selecionado é determinada por uma função em “dentes de serrate” de período 2. Ela corresponde à identidade ( $i = x$ ) entre 0 e 1, depois decresce linearmente entre 1 e 2 ( $i = 2 - x$ ) para voltar a 0. Por exemplo, o número 7,36 corresponde à mesma intensidade que 5,36 ou 3,36 ou 1,36 ou -0,64, ... pelo fato da periodicidade ser módulo 2, o número 7,36 está entre 1 e 2, e esta intensidade é então de  $2 - 1,36 = 0,64$ .

As componentes não definidas estão no 0. Em coordenadas (*Vermelho, Verde, Azul*), (0,0,0) corresponde ao preto, (1, 1, 1) ao branco, (1,0,0) ao vermelho, (0,1,0) ao verde, (0,0,1) ao azul, (1,1,0) ao amarelo, (1,0,1) ao rosa magenta, e ( 0,1,1) ao azul ciano.

## 7.2

## 7.2 COR DE PREENCHIMENTO

Esta cor concerne as circunferências, arcos, polígonos e textos. Para os textos, trata-se da cor de fundo do retângulo englobando o texto. A cor de preenchimento é modificada com a ferramenta **[atributos]Preencher**, selecionando na paleta a cor escolhida, depois selecionando os objetos que devem recebê-la. Para anular uma cor de preenchimento, basta aplicar de novo a mesma cor. A cor de preenchimento é igualmente modificada com a ferramenta  da barra de atributos, selecionando o(s) objeto(s) a preencher, depois a cor.

Podemos designar uma cor de preenchimento calculada a um objeto, através do menu contextual do objeto. O funcionamento é o mesmo que para a cor (ver seção anterior).

Por default os objetos misturam sua cor. Podemos tornar um objeto opaco/transparente ativando o seu menu contextual. A mistura é feita por um “e” lógico, aproximando a síntese aditiva das cores. Por exemplo, a mistura de amarelo e de azul ciano produzirá o verde. Os objetos opacos são exibidos “acima” dos objetos transparentes, na sua ordem de criação.

 Preencher...

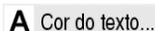
## 7.3 COR DE TEXTO

Trata-se da cor dos caracteres de um texto.

A ferramenta [\[atributos\]Cor do texto](#) permite modificar a cor do texto. Seleccionamos a cor, depois os objetos concernentes.

A ferramenta **A** da barra de atributos permite igualmente modificar a cor de texto. Seleccionamos os objetos, depois a cor na paleta.

7.3


 A Cor do texto...

## 7.4 TIPO E TAMANHO DE PONTO

O tamanho dos pontos é modificado pela ferramenta [\[atributos\]Espessura](#). Ela é acessível igualmente pela ferramenta correspondente da barra de atributos.

O tipo dos pontos é acessível através da barra de ferramenta [\[atributo\]Aparência](#), e igualmente pela barra de atributos.

7.4


 Espessura...


 Aparência...

## 7.5 TIPO E ESPESSURA DE TRAÇO, RETAS INTELIGENTES

O tipo (contínuo, traços, pontilhados) e a espessura (normal, espessa, muito espessa) de traço são acessíveis pelas ferramentas [\[atributos\]Pontilhado](#) e [\[atributos\]Espessura](#), e igualmente pelas ferramentas correspondentes da barra de atributos.

A exibição das retas e semi-retas pode ser ou limitada à janela (por default), ou limitada à zona utilizada das retas e semi-retas (“retas inteligentes”).

Neste caso, Cabri Geometry determina onde parar a exibição em função dos pontos presentes sobre a reta. Temos duas possibilidades de desenho para as “retas inteligentes”: com ou sem flecha. Essa escolha é acessível pela barra de atributos.

A extremidade das retas “inteligentes” pode ser livremente deslocada. Quando se pede o ponto de interseção de duas retas inteligentes não paralelas, as retas estão automaticamente extendidas além do ponto de interseção.

7.5


 Pontilhado...


 Espessura...

## 7.6 FONTE E ALINHAMENTO

O alinhamento das zonas de texto (esquerda, direita, centrado) é modificado por intermédio do menu contextual do bloco de texto. Este menu permite igualmente modificar o formato, o tamanho e o estilo da fonte seleccionados de uma zona de texto. Cada fonte pode ter atributos diferentes.

O menu [\[Opções\]Fonte...](#) permite igualmente editar os atributos dos caracteres.

7.6

## 7.7

**7.7 EQUAÇÕES E ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS**

O número de algarismos significativos exibidos para os números é definido por default nas preferências. Podemos modificá-lo selecionando o número e pressionando as teclas **-** e **+**.

O tipo e o formato de uma equação podem ser modificados pelo menu contextual associado à equação, e igualmente pelo diálogo das preferências.

## 7.8

**7.8 IMAGENS FIXADAS AOS OBJETOS**

Cabri Geometry II Plus permite associar imagens bitmap (aos formatos GIF, JPG ou BMP) aos pontos, aos segmentos, aos triângulos, aos quadriláteros, e ao fundo da janela. Esta funcionalidade permite substituir a representação por default desse objetos por uma imagem de sua escolha. No caso de um triângulo, a imagem é dimensionada dentro de um paralelogramo onde três dos vértices são os do triângulo.

Em todos os casos, o acesso a esta funcionalidade é feito através do menu contextual do referido objeto. No caso do fundo da janela, clicaremos sobre o botão direito numa zona vazia.

O menu dá em seguida a escolha entre imagens por default (as telas das calculadoras TI-83, TI-89, TI-92) e a leitura de um arquivo no formato GIF, JPG, ou BMP.

Uma vez a imagem fixada, podemos a suprimir por intermédio do menu contextual.

## 7.9

**7.9 UTILIZANDO DE IMEDIATO A BARRA DE ATRIBUTOS**

Em caso de uma figura já iniciada, por exemplo após um clique sobre um ponto para construir uma reta, é possível clicar sobre qualquer caixa de Atributos da barra de Atributos para modificar de imediato o atributo considerado (cor, espessura, inteligência de retas) da reta em fase de criação.

## PREFERÊNCIAS E PERSONALIZAÇÃO

### 8.1 CAIXA DE DIÁLOGO DAS PREFERÊNCIAS

#### 8.1

A caixa de diálogo das preferências permite modificar os atributos dos objetos existentes e dos novos objetos, e igualmente parametrizar o comportamento do programa. O seu acesso é feito pelo menu [Opções]Preferências. Esta caixa de diálogo comporta um certo número de tópicos temáticos que detalharemos nos parágrafos seguintes.

Em todos os tópicos, um botão “Regulagem de origem” permite lembrar no tópico corrente as “regulagens de fábrica” do programa: são as regulagens iniciais da aplicação quando da sua instalação.

Nos tópicos que modificam atributos dos objetos, um botão “Aplicar” e duas casas a assinalar “na seleção” e “aos novos objetos” permitem aplicar as regulagens feitas no tópico aos objetos seleccionados, e/ou memorizar esses atributos para os aplicar quando da construção de novos objetos.

Na parte comum a todos os tópicos (abaixo), um botão “Salvar” permite salvar num arquivo `.ini` o conjunto de preferências atuais. Elas são aplicadas quando este arquivo é aberto pelo menu [Arquivo]Abrir.

O botão “Fechar” fecha a caixa de diálogo sem aplicar nenhuma modificação suplementar e sem alterar o arquivo de configuração por default. O botão “OK” fecha a caixa de diálogo após ter aplicado as modificações trazidas em cada tópico, e eventualmente alterado o arquivo de configuração por default se a casa “Conservar como default” é assinalada.

Os parágrafos seguintes detalham um por um os diferentes tópicos da caixa de diálogo das preferências.

## 8.1.1

### 8.1.1 Lugares geométricos

Este tópico concerne os atributos específicos dos lugares geométricos. O “Número de objetos de um lugar geométrico” é o número mínimo de posições do ponto variável a levar em conta para traçar o lugar geométrico. No caso de lugares geométricos de pontos, temos a escolha entre ligar os pontos para obter uma curva, ou desenhar simplesmente um conjunto discreto de pontos.

No caso de lugares geométricos de retas, semi-retas, segmentos, vetores, circunferências e cônicas, Cabri Geometry pode calcular o envelope dos objetos, isto quer dizer a curva tangente a todos os objetos do lugar geométrico, ou desenhar simplesmente o conjunto dos objetos, segundo a escolha assinalada na casa “Envelope”.

## 8.1.2

### 8.1.2 Estilos

Este tópico concerne os atributos comuns aos textos e aos objetos gráficos. Para cada tipo de texto, podemos escolher uma fonte de caracteres, com seu estilo, seu tamanho e sua cor. Para cada tipo de objeto gráfico, escolheremos a cor, o estilo de traço, a espessura de traço, o estilo de ponto, o tamanho de ponto, o estilo de terminação, o estilo da marca do ângulo. Segundo o tipo de objeto, alguns desses atributos não servem e não são portanto exibidos.

## 8.1.3

### 8.1.3 Geometria

Este tópico permite controlar o comportamento do motor geométrico. Por default, Cabri Geometry cria implicitamente pontos ao longo das construções, quando selecionamos um ponto não definido ainda sobre uma curva ou sob uma intersecção.

Freqüentemente, isto acrescenta consideravelmente o conforto da utilização e a rapidez da construção das figuras. Apesar disso, podemos desativar este comportamento.

A gestão do infinito designa as extensões de Cabri Geometry ao plano euclidiano servindo de modelo geométrico à aplicação.

Se esta opção é ativada, o modelo é estendido para uma reta no “infinito” : duas retas paralelas terão um ponto de intersecção, uma circunferência poderá ter o seu centro no infinito, etc.

Certas construções especificamente não projetivas podem ser

estendidas. Por exemplo, um segmento não poderá ter uma de suas extremidades no infinito, e não será portanto definido nesse caso, qualquer que seja a opção escolhida.

### 8.1.4 Preferências do sistema

#### 8.1.4

Este tópico permite controlar o comportamento do sistema e a interface da aplicação.

Se a opção “Copiar/colar via um bitmap” é ativada, o pedido [Edição]Copiar colocará na área de transferência do sistema uma imagem bitmap do retângulo selecionado. Se esta opção não é ativada, o conjunto de objetos selecionados será colocado na área de transferência sob forma vetorial (Windows Metafile).

Para maiores detalhes sobre esta opção, ver o capítulo

**101 “EXPORTAÇÃO E IMPRESSÃO”.**

Se a opção “Retirar anular/refazer” é ativada, a função de anulação e restauração da última ação não será ativada no menu [Edição].

A tolerância é a distância em torno da qual a aplicação procura os elementos sob o cursor. Uma tolerância mais importante facilita a seleção de objetos isolados, mas torna-se incômoda em caso de objetos superpostos ou próximos.

A fonte do cursor é a fonte do caractere com o qual são exibidos os textos dinâmicos que aparecem ao lado do cursor quando do seu deslocamento, por exemplo **Simétrico deste ponto...**

A fonte das ferramentas é utilizada quando do andamento das diferentes caixas de ferramentas para exibir os nomes das ferramentas.

### 8.1.5 Exibir precisão e unidades

#### 8.1.5

Este tópico controla os atributos dos números obtidos quando são utilizadas medidas nas figuras. Para os diferentes tipos de números (comprimentos, ângulos, outros) selecionamos o número de algarismos que serão exibidos depois da vírgula, e a unidade (para comprimentos e ângulos).

## 8.1.6

**8.1.6 Sistema de equação e coordenadas**

Este tópico controla o estilo de exibição e o sistema de coordenadas para as equações das retas, das circunferências e das cônicas. Em todos os casos, Cabri Geometry tenta obter coeficientes inteiros ou racionais nas equações.

Para as retas, escolhe-se entre as equações do tipo  $y = ax + b$  (que se torna eventualmente  $x = \text{Constante}$ ) e  $ax + by + c = 0$ .

Para as circunferências, escolhe-se entre a equação geral  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ , e a equação que faz aparecer as coordenadas do centro e do raio  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ . Nesse caso, se o centro da circunferência estiver no infinito, e se a gestão dos pontos no infinito estiver ativada, Cabri Geometry exibirá uma equação do tipo  $y = ax + b$  e Reta no infinito, e a circunferência será representada por uma reta.

Para as cônicas, escolhe-se entre a equação geral  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ , e a equação reduzida que faz aparecer o centro da cônica  $(x - x_0)^2 / a^2 \pm (y - y_0)^2 / b^2 = \pm 1$ . Nesse caso, a cônica deve ser uma cônica a centro (elipse, hipérbolo), e seus eixos devem ser paralelos aos eixos coordenados. Se não é o caso, a forma geral será utilizada.

Para os lugares geométricos, somente o sistema de coordenadas cartesianas é utilizado. Se uma das duas coordenadas  $x$  ou  $y$  puder ser isolada na equação obtida, então a exibição é do tipo  $x = f(y)$  or  $y = f(x)$ ; senão a exibição tomará a forma geral de uma soma de monômios  $a_{ij} x^i y^j$  igual a 0.

## 8.2

**8.2 BARRAS DE FERRAMENTAS PERSONALIZADAS**

O usuário pode acrescentar suas próprias ferramentas (construídas utilizando as macros) na barra de ferramentas, e igualmente reunir essas ferramentas em outras caixas de ferramentas. Pode-se igualmente eliminar ferramentas da barra de ferramentas.

Esta personalização é útil para estender Cabri Geometry e igualmente em classe para trabalhar com exercícios com um número de ferramentas restritas (por exemplo, sem perpendiculares nem para-

lelas). Para o trabalho em sala de aula, a barra de ferramentas personalizada pode ser protegida por uma senha, evitando assim que os alunos a modifiquem.

Quando da criação de macros, as ferramentas correspondentes são acrescentadas na caixa de ferramentas [macros].

A edição da barra de ferramentas é feita selecionando [Opções]Configuração de ferramentas...; então a caixa de diálogo de personalização aparece. A partir do momento em que elas são exibidas, as ferramentas podem ser deslocadas de uma caixa a outra: um clique para selecionar uma ferramenta e um outro para o arrastar-posicionar. Para suprimir uma ferramenta, a depositamos na caixa de ferramentas “Lixeira” onde o ícone aparece à direita da barra de ferramentas.

As modificações da barra de ferramentas não são salvas com as figuras. A barra de ferramentas deve portanto ser salva para ser reutilizada numa outra sessão.

Se uma senha é utilizada quando da modificação da barra de ferramentas, ela será pedida antes de poder modificá-la novamente.

## 8.3 IDIOMA

## 8.3

O menu [Opções]idioma dá acesso a uma caixa de diálogo de abertura do arquivo. Esta caixa permite selecionar um arquivo de idioma Cabri Geometry de extensão **.cg1**, contendo o conjunto de textos que podem ser exibidos pelo programa num idioma dado. O novo idioma é instalado imediatamente sem ter que reiniciar a aplicação.

Após a instalação do novo idioma, Cabri Geometry pergunta se você deseja que este idioma seja carregado sistematicamente quando a aplicação for reiniciada numa próxima vez.

É também possível carregar um idioma arrastando-posicionando seu arquivo, de forma **.cg1**, até o botão da aplicação.

Os arquivos de idiomas distribuídos com a aplicação variam de acordo com o distribuidor. Cabri Geometry foi traduzido na maioria dos idiomas por professores de matemática que trabalham nos países envolvidos. Vocês podem nos contactar no endereço **support@cabri.com** para eventuais questões sobre os idiomas disponíveis.

## CAPÍTULO

9

## INTERFACE

## 9.1 BARRA DE MENÚS

9.1

## 1. Arquivo

PC	MENÚ	AÇÃO
<b>Ctrl+N</b>	<b>Novo</b>	Cria uma nova figura contendo dois objetos : uma origem e um sistema de eixos ortogonais de unidade 1 cm. Esses dois objetos são inicialmente escondidos. O novo documento torna-se o documento ativo, aquele onde a janela está no primeiro plano.
<b>Ctrl+O</b>	<b>Abrir...</b>	Exibe a caixa de diálogo da abertura do arquivo standard do Windows. Pode-se abrir uma figura Cabri Geometry II ou II Plus com sufixo <b>.fig</b> , uma macro com sufixo <b>.mac</b> , um arquivo de preferências <b>.ini</b> , um arquivo de configuração de barra de ferramentas com sufixo <b>.men</b> , uma figura para as calculadoras TI 92 ou TI 83, um arquivo de idioma com sufixo <b>.cgl</b> .
<b>Ctrl+W</b>	<b>Fechar</b>	Fecha o documento ativo. Se o documento foi modificado desde a última vez que foi salvo, uma caixa de diálogo aparece, permitindo confirmar o encerramento, de salvar, ou de anular o comando.
<b>Ctrl+S</b>	<b>Salvar</b>	Salva o documento ativo. Se o documento nunca foi salvo, a caixa de diálogo <b>[Arquivo] Salvar como...</b> aparece.
	<b>Salvar como...</b>	Exibe uma caixa standard de diálogo de salvar arquivos do Windows.
	<b>Exportar para calculadora...</b>	Permite salvar a figura num formato legível para as versões de Cabri Geometry disponíveis nas calculadoras Texas Instruments Voyage 200, TI-92, TI-92 Plus, TI-89, TI-83 Plus, TI-83 Plus SE.
	<b>Versão precedente...</b>	Permite voltar à última versão salva da figura, perdendo todas as modificações feitas após a última versão salva. Uma caixa de diálogo pede confirmação antes de executar o comando.
	<b>Mostrar a página...</b>	Exibe uma caixa de diálogo intitulada "Janela do desenho" mostrando a totalidade da folha virtual de 1 m por 1 m. Pode-se modificar a posição da janela visível em relação à folha.
	<b>Configurar página...</b>	Exibe a caixa de diálogo standard de configurar página do Windows para a impressão. Esta permite escolher as margens, a fonte e a orientação do papel,...
<b>Ctrl+P</b>	<b>Imprimir...</b>	Exibe a caixa de diálogo standard de impressão do Windows, que permite escolher a impressora e suas diferentes opções. Em seguida, após confirmação, um outro diálogo "Zona de impressão" aparece, permitindo de escolher a porção da folha virtual de 1 m de lado que será impressa.
<b>Alt+F4</b>	<b>Sair</b>	Fecha a aplicação. Antes de sair, Cabri Geometry fecha todos os documentos abertos da mesma maneira que se tivesse ativado <b>[Arquivo]Fechar</b> .

## 2. Editar

PC	MENÚ	AÇÃO
<b>Ctrl+Z</b>	<b>Anular/Refazer</b>	Permite anular a última operação efetuada. Uma vez a operação anulada, pode-se fazê-la voltar com “Refazer”. Somente a última operação pode ser anulada.
<b>Ctrl+X</b>	<b>Recortar</b>	Suprime e copia na área de transferência os elementos selecionados. A cópia na área de transferência é feita unicamente no formato interno de Cabri Geometry (ver abaixo o ítem “Copiar”).
<b>Ctrl+C</b>	<b>Copiar</b>	Copia na área de transferência os elementos selecionados. A cópia é feita sob dois formatos. A cópia é feita antes no formato interno de Cabri Geometry, o que permite colar esses elementos numa outra figura, ou na mesma figura (nesse caso, os elementos são ligeiramente deslocados). O outro formato destinado a exportar para outras aplicações, só é copiado se a seleção é feita via um retângulo de seleção (cria-se um retângulo de seleção pelo arrastar-posicionar no modo [manipulação]Ponteiro). A escolha entre esses dois formatos se efetua no diálogo das preferências. Podemos nos reportar ao capítulo [10]“Exportação e impressão” para mais detalhes.
<b>Ctrl+V</b>	<b>Colar</b>	Acrescenta à figura os elementos precedentemente copiados na área de transferência no formato interno de Cabri Geometry.
<b>Suppr</b>	<b>Limpar</b>	Suprime os elementos selecionados.
<b>Ctrl+A</b>	<b>Selecionar tudo</b>	Seleciona todos os elementos da figura.
	<b>Revisar a construção...</b>	Afixa a caixa de diálogo “Revisar construção”.
<b>Ctrl+F</b>	<b>Atualizar desenho...</b>	Atualiza inteiramente o conteúdo da janela. Se traços estavam presentes (criados com a ferramenta [texto e símbolos]traço), eles são apagados.

## 3. Opções

PC	MENÚ	AÇÃO
<b>F9</b>	<b>Mostrar/Esconder os atributos</b>	Mostra ou esconde a barra dos atributos.
<b>F10</b>	<b>Mostrar/Esconder a descrição</b>	Mostra ou esconde a janela de descrição textual da figura.
	<b>Preferências...</b>	Exibe a caixa de diálogo “Preferências”.
	<b>Configuração das ferramentas...</b>	Exibe a caixa de diálogo “Configuração das ferramentas”.
	<b>Idiomas...</b>	Exibe uma caixa de diálogo standard de Windows permitindo carregar um arquivo de idiomas.
	<b>Fonte...</b>	Exibe uma caixa de diálogo standard do Windows de seleção de fonte, tamanho, cor, estilo de fonte para os elementos selecionados.

## 4. Janela

	<b>Cascata</b>  <b>Lado a lado horizontal</b>  <b>Lado a lado vertical</b>  <b>Fechar tudo</b>	<p>Cascata coloca as janelas dos documentos em cascata na janela principal da aplicação.</p> <p>Coloca as janelas dos documentos uma acima da outra na janela principal.</p> <p>Coloca as janelas dos documentos uma ao lado da outra na janela principal.</p> <p>Fecha todos os documentos abertos. Diálogos de confirmação aparecem em todos os documentos modificados desde a última vez que foram salvos.</p>
	<b>Figura 1...</b>	A lista das figuras já abertas nessa sessão.

## 5. Sessão

<b>F2</b>	<b>Começar o registro...</b>	Pede um nome de um repertório onde a sessão deverá ser registrada, depois registra as diferentes etapas da construção nesse repertório, cada um sob um nome diferente, que é o nome do repertório seguido de um inteiro representando o índice na sequência.
<b>F4</b>	<b>Ler uma sessão...</b>	Exibe um diálogo permitindo selecionar um dos arquivos da figura registrada e permite rever o andamento da construção. Diferentes botões permitem avançar e recuar na sequência.
<b>F5</b>	<b>Imprimir uma sessão...</b>	Exibe um diálogo permitindo selecionar um dos arquivos da figura, em seguida pede quantas etapas devem ser impressas em cada página (1,2 ou 8) antes de imprimir a sessão.
<b>F6</b>	<b>Precedente</b>	Mostra o passo precedente da construção.
<b>F7</b>	<b>Próximo</b>	Mostra o próximo passo da construção.

## 6. Ajuda

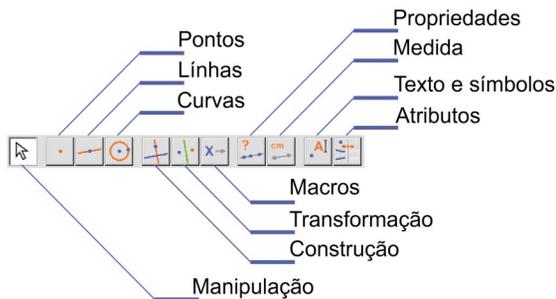
<b>F1</b>	<b>Ajuda</b>	Esconde/mostra a janela de ajuda.
	<b>A propósito de Cabri Geometry II Plus...</b>	Dá informações sobre a versão do programa, seu tipo de licença.

## 7. Outros

<b>Ctrl+D</b>	Visualiza em modo espesso ou standard todos os objetos da figura, para melhorar o conforto visual em caso de apresentações com projetor ou em caso de uso da aplicação por pessoas com problemas de vista.
<b>Ctrl++</b>	Ampliação global da construção. Efeito tipo " Zoom + ".
<b>Ctrl--</b>	Redução global da construção. Efeito tipo " Zoom - ".
<b>Ctrl+U</b>	Visualiza o menu que permite mudar a unidade de medida selecionada.
<b>Ctrl+Tab</b>	Coloca ao primeiro plano uma figura já aberta.
	Um clique demorado numa zona livre da folha de trabalho faz piscar todos os pontos livres da figura.

## 9.2 BARRA DE FERRAMENTAS

Nós documentamos aqui a barra de ferramentas de Cabri Geometry por default:



A barra de ferramentas pode ser inteiramente redefinida pelo usuário (ver o capítulo [181°PREFERÊNCIAS E PERSONALIZAÇÃO](#)).



As ferramentas desta caixa permitem definir um retângulo de seleção (por arrastar-posicionar partindo de uma região vazia da folha), e de selecionar objetos. Um clique sobre um objeto seleciona unicamente esse objeto. Um clique numa região não ocupada da folha deseleciona tudo. Um **Shift**-clique (Maiúsculo-clique) sobre um objeto acrescenta ou elimina esse objeto do conjunto dos objetos selecionados. Um **Shift**-arrastar-posicionar (Maiúsculo arrastar-posicionar) define uma região de seleção quadrada. Os objetos do conjunto de objetos selecionados são assinalados com um piscar. Um arrastar-posicionar sobre um objeto permite a sua manipulação.

## 1. Manipulação

	<b>Ponteiro</b>	Seleciona e permite deslocar o objeto em translação.
	<b>Girar</b>	Efetua uma rotação sobre um objeto em torno de seu "centro". (A definição do centro depende da natureza do objeto).
	<b>Ampliar/Reduzir</b>	Efetuar uma homotetia de um objeto em relação a seu centro.
	<b>Girar e ampliar/reduzir</b>	Combina homotetia e rotação do objeto em uma semelhança.

## 2. Pontos

	<b>Ponto</b>	Cria um novo ponto livre na folha. Se a criação implícita dos pontos é ativada nas preferências (é o caso por default), esta ferramenta permite igualmente criar um ponto livre sobre um objeto, ou um ponto na intersecção de dois objetos. A escolha é feita conforme a posição do cursor no momento do clique. O texto do cursor indica Sobre esta cônica/reta/... quando da criação de um ponto sobre um objeto, e ponto nesta intersecção quando da criação de um ponto na intersecção de dois objetos.
	<b>Ponto sobre um objeto</b>	Cria um ponto livre sobre um objeto. Aguarda a seleção de um ponto sobre um objeto existente.
	<b>Ponto sobre dois objetos</b>	Cria o conjunto de pontos de intersecção entre dois objetos (ao contrário da criação implícita, que cria um ponto de intersecção específico). Aguarda a seleção de dois objetos.

## 3. Linhas

	<b>Reta</b>	Constrói uma reta. Aguarda dois pontos já criados ou um ponto e uma direção. Nesse caso, a reta será livre em torno do primeiro ponto. A direção é dada clicando numa região vazia da folha. Se a tecla <b>Alt</b> é pressionada nesse momento um novo ponto será criado e a reta será definida por esses dois pontos.
	<b>Segmento</b>	Constrói um segmento. Aguarda a seleção de dois pontos.
	<b>Semi-reta</b>	Constrói uma semi-reta onde a origem é o primeiro ponto criado ou escolhido. O comportamento da ferramenta em seguida é o mesmo que aquele da ferramenta <a href="#">[linhas]Reta</a> .
	<b>Vetor</b>	Cria um vetor. Aguarda a seleção de dois pontos. O primeiro ponto selecionado será a origem do representante.
	<b>Triângulo</b>	Constrói o triângulo tendo por vértices três pontos dados. Aguarda a seleção de três pontos.
	<b>Polígono</b>	Constrói um polígono. Trata-se de uma sequência de pontos ligados em anel. Um polígono deve ter no mínimo três vértices, e o número de vértices é limitado de maneira interna (atualmente em 128). A ferramenta aguarda a seleção de pontos que serão os vértices. Para terminar a construção, pode-se dar um duplo-clique sobre o último ponto ou clicar novamente sobre o primeiro ponto.

	<p><b>Polígono regular</b></p>	<p>Constrói um polígono regular, eventualmente estrelado. Ela aguarda a seleção do centro do polígono, de um de seus vértices, em seguida do número de lados e de ramos para os polígonos estrelados. Esta última seleção é feita deslocando o cursor em torno do centro, um símbolo indicando o polígono (deslocamento no semi-círculo à direita do vértice) ou o polígono estrelado (deslocando no semi-círculo à esquerda do vértice) que será construído clicando sobre ele, permanece constantemente. Nos dois casos, o número máximo de vértices é fixado em 30.</p> <p>Um símbolo <math>\{n\}</math> indica a construção de um polígono regular convexo de <math>n</math> lados, por exemplo, <math>\{5\}</math> representa um pentágono regular. Um símbolo <math>\{n,p\}</math> representa um polígono estrelado com <math>n</math> ramos, obtido ligando um vértice aos outros vértices do polígono regular de <math>n</math> lados com um salto de <math>p</math> vértices entre dois vértices consecutivos. <math>n</math> e <math>p</math> são primos entre si, de modo que o polígono estrelado utiliza efetivamente os <math>n</math> vértices.</p> <p>Por exemplo, o símbolo <math>\{10,3\}</math> representa o polígono estrelado obtido ligando os vértices 1,4,7,10,3,6,9,2,5,8 do decágono regular.</p>
--	--------------------------------	---

#### 4. Curvas

	<p><b>Circunferência</b></p>	<p>Constrói uma circunferência a partir de seu centro e de um ponto da circunferência, ou uma circunferência livre de centro dado. O primeiro ponto selecionado é o centro da circunferência. O comportamento em seguida é o mesmo que aquele da ferramenta <b>[linhas]Reta</b>.</p>
	<p><b>Arco</b></p>	<p>Constrói um arco de circunferência definido por três pontos. O primeiro e o terceiro pontos são as duas extremidades do arco. O segundo ponto define ao mesmo tempo a circunferência que contém o arco (é a circunferência passando por esses três pontos), e a parte dessa circunferência que deve ser conservada (é aquela que contém esse segundo ponto).</p>
	<p><b>Cônica</b></p>	<p>Constrói a cônica definida por cinco pontos distintos, donde no máximo três são alinhados.</p>

#### 5. Construções

	<p><b>Reta perpendicular</b></p>	<p>Constrói a reta perpendicular a uma direção dada e passando por um ponto dado. Ela aguarda a seleção de um ponto e de uma direção dada por uma reta, uma semi-reta, um segmento, um vetor, um lado do polígono ou um eixo.</p>
	<p><b>Reta paralela</b></p>	<p>Constrói a reta paralela a uma direção dada e passando por um ponto dado. Ela aguarda a seleção de um ponto e de uma direção dada por uma reta, uma semi-reta, um segmento, um vetor, um lado do polígono ou um eixo.</p>
	<p><b>Ponto medio</b></p>	<p>Constrói o ponto médio de um segmento. Ela aguarda a seleção de dois pontos, ou de um segmento, de um vetor ou do lado de um polígono.</p>

	<b>Mediatriz</b>	Constrói a mediatriz de um segmento: é a reta passando pelo seu ponto médio e perpendicular à sua direção. Ela aguarda a seleção de dois pontos, de um segmento, de um vetor ou do lado de um polígono.
	<b>Bissetriz</b>	Constrói a bissetriz de um ângulo. Ela aguarda a seleção de três pontos $A, B, C$ definindo o ângulo de vértice $B$ .
	<b>Soma vetores</b>	Constrói um representante da soma de dois vetores. Ela aguarda a seleção de dois vetores e de um ponto que será origem do representante da soma.
	<b>Compasso</b>	Permite construir uma circunferência de centro e raio dados. Se são selecionados três pontos $A, B, I$ , a ferramenta constrói a circunferência de centro $I$ e raio $AB$ . Se são selecionados um ponto $I$ e um segmento, ela constrói uma circunferência de centro $I$ e raio de comprimento igual ao do segmento. Se enfim são selecionados um ponto $I$ e um número $r$ , ela constrói uma circunferência de centro $I$ e raio $r$ .
	<b>Transferência de medidas</b>	Permite transferir um comprimento sobre uma circunferência, um polígono, um vetor, um eixo ou uma semi-reta. Sobre uma circunferência, a ferramenta aguarda a seleção de um número, em seguida de uma circunferência e de um ponto sobre essa circunferência. Sobre os outros objetos, a ferramenta aguarda a seleção de um número e em seguida de um polígono, de uma semi-reta, de um vetor ou de um eixo. A ferramenta constrói então um ponto sobre o objeto tal que o arco orientado do objeto entre a origem e este ponto tem a medida dada. Para os polígonos, a origem é o primeiro ponto definindo o polígono.
	<b>Lugar geométrico</b>	Constrói um lugar geométrico. Ela aguarda a seleção de um objeto $A$ e de um ponto livre $M$ sobre um objeto, e constrói o lugar geométrico de $A$ quando $M$ varia. Podemos nos reportar para maiores detalhes sobre a descrição dos lugares geométricos ao capítulo <b>151“OBJETOS E FERRAMENTAS”</b> .
	<b>Redefinir um objeto (Windows)</b>	Permite redefinir a construção de um objeto já construído, sem o suprimir nem refazer a construção. Os objetos dependentes deste objeto não são afetados. Podemos nos reportar para maiores detalhes sobre “Ferramentas de exploração” ao capítulo <b>161“FERRAMENTAS DE EXPLORAÇÃO”</b> .

## 6. Transformações

	<b>Simetria Axial</b>	Efetua uma simetria ortogonal em relação a uma reta. Ela aguarda o objeto a transformar e uma direção dada por uma reta, uma semi-reta, um segmento, um vetor, um lado de um polígono ou um eixo.
	<b>Simetria Central</b>	Efetua uma simetria central em relação a um ponto (seu centro), seja ainda uma homotetia de fator $-1$ , ou uma rotação de um ângulo $p$ . Ela aguarda o objeto a transformar e um ponto.
	<b>Translação</b>	Aplica uma translação. Ela aguarda o objeto a transformar e um vetor.

	<b>Rotação</b>	Aplica uma rotação. Ela aguarda o objeto a transformar, um ponto para centro, e um número para o ângulo.
	<b>Homotetia</b>	Efetua uma homotetia. Ela aguarda o objeto a transformar, um ponto para o centro, e um número como fator.
	<b>Inversão</b>	Efetua uma inversão. Ela só se aplica a pontos. Ela aguarda o ponto a ser transformado pela inversão, e a circunferência invariante por inversão.

## 7. Macros

	<b>Objetos iniciais</b>	Permite selecionar o conjunto de objetos iniciais da macro-construção.
	<b>Objetos finais</b>	Permite selecionar o conjunto de objetos finais da macro-construção.
	<b>Definir uma macro</b>	Controla e define em seguida a macro-construção.

## 8. Propriedades

	<b>Colinear ?</b>	Verifica se três pontos são colineares. Ela aguarda a seleção de três pontos.
	<b>Paralela ?</b>	Verifica se duas direções são paralelas. Ela aguarda a seleção de duas direções dadas por uma reta, uma semi-reta, um segmento, um vetor, um lado de um polígono ou de um eixo.
	<b>Perpendicular ?</b>	Verifica se duas direções são perpendiculares – Ela aguarda a seleção de duas direções dadas por uma reta, uma semi-reta, um segmento, um vetor, um lado de um polígono ou de um eixo.
	<b>Equidistante ?</b>	Verifica se dois pontos $A$ e $B$ são equidistantes do ponto $O$ . Ela aguarda a seleção de três pontos $O$ , $A$ e $B$ nessa ordem.
	<b>Pertencente ?</b>	Verifica se um ponto pertence a um objeto. Ela aguarda a seleção de um ponto e de um outro objeto que não seja um ponto.

## 9. Medida

	<b>Distância e comprimento</b>	Mede o comprimento de um segmento, a norma de um vetor, ou a distância entre um ponto e uma reta ou entre um ponto e uma circunferência ou entre dois pontos. Ela mede também o perímetro de um polígono, de uma circunferência, de uma elipse (ela dará como resultado infinito para os outros tipos de cônicas). Em todos os casos, a ferramenta constrói um número sobre a tela de trabalho, munido de uma unidade de comprimento (por default cm).
	<b>Área</b>	Mede a superfície de uma região poligonal, de um círculo, de uma região elíptica (dará como resultado o infinito para os outros tipos de cônicas). A ferramenta constrói um número munido de uma unidade de superfície (como default cm²).

	<b>Coefficiente angular</b>	Mede, no referencial por default, o coeficiente angular de uma reta, de uma semi-reta, de um segmento, de um vetor. A ferramenta constrói um número sem unidade, o resultado será infinito se a direção é "vertical".
	<b>Medida de ângulo</b>	Mede um ângulo definido por três pontos (o segundo ponto selecionado sendo o vértice do ângulo), ou pela marca de um ângulo. A medida é dada na unidade corrente do ângulo. Para um ângulo definido por três pontos $A, I, B$ , trata-se do ângulo de reta $(IA), (IB)$ .
$(x,y)$ $y=f(x)$	<b>Equação e coordenadas</b>	Constrói um texto contendo a equação de uma reta, de uma circunferência, de uma cônica ou de um lugar geométrico. O tipo de exibição depende das preferências. Se vários sistemas de eixos são definidos, a ferramenta requer a mais a seleção de um desses sistemas de eixos.
	<b>Calculadora</b>	Ativa a janela da calculadora.
$3x+$ $2y =$	<b>Aplicar uma expressão</b>	Calcula o valor de uma expressão. Ela aguarda a seleção da expressão, em seguida a seleção de tantos números quantas são as variáveis na expressão; ela constrói então um número dando o valor numérico da expressão para esses valores das variáveis. Se a expressão é uma função de uma só variável, a ferramenta construirá o gráfico da função se selecionarmos a expressão num sistema de eixos.
	<b>Tabela</b>	Permite criar uma tabela de números extraídos de uma figura, para diferentes configurações dos objetos. Uma vez que a tabela foi criada, a ferramenta pede a seleção dos números a tabelar. Em seguida, a tecla <b>Tab</b> permite a entrada de uma nova linha da tabela com os valores correntes dos números. Uma só tabela pode ser criada a partir de uma figura dada.

## 10. Textos e símbolos

	<b>Etiqueta</b>	Permite nomear um objeto ou editar este nome. Todos os objetos com exceção dos eixos podem ser nomeados. O nome de um objeto é um texto fixado ao objeto e pode ser deslocado ao longo ou em volta do objeto.
	<b>Texto</b>	Permite criar ou editar um texto que pode ser posicionado num lugar qualquer da folha. Podem-se incluir números, nomes,...ao selecioná-los. A caixa retangular contendo o texto é igualmente redimensionável ao posicionar o cursor sobre as bordas.
	<b>Número</b>	Permite criar ou editar um número que pode ser posicionado num lugar qualquer da folha.
$3x+$ $2y$	<b>Expressão</b>	Permite criar ou editar uma expressão que pode ser colocada num lugar qualquer da folha. A sintaxe da expressão é verificada apenas no momento de sua avaliação com a ferramenta <b>[medida]Aplicar uma expressão</b> .

	<b>Marcar um ângulo</b>	Cria uma marca de um ângulo (graficamente é um arco com um traço) no vértice do ângulo definido por três pontos. O segundo ponto é o vértice do ângulo. Uma marca especial é desenhada para os ângulos retos. Pode-se redimensionar livremente uma marca de ângulo através de arrastar-posicionar. Se durante o arrastar-posicionar fizermos passar o cursor "atravessando" o vértice do ângulo, a marca passará para o replemento do ângulo (passa-se de uma região côncava para uma região convexa e vice-versa).
	<b>Fixo/Livre</b>	Permite imobilizar objetos livres.
	<b>Rastro</b>	Permite selecionar o conjunto de objetos deixando um rastro quando da manipulação da figura.
	<b>Animação</b>	Permite animar um objeto da figura.
	<b>Animação múltipla</b>	Permite animar simultaneamente vários objetos da figura.

## 11. Atributos

	<b>Esconder/Mostrar</b>	Permite selecionar os objetos ocultos da figura. Esses objetos não são desenhados nem impressos. Isto permite simplificar o trabalho e melhorar a legibilidade de figuras complexas.
	<b>Botão Esconder/Mostrar</b>	Permite colocar na folha um botão que controla a exibição de um conjunto de objetos da figura. Para associar um objeto ou um grupo de objetos a função Esconder/mostrar, primeiro pode-se dimensionar o botão com um arrastar-posicionar, em seguida seleciona-se o objeto ou um grupo de objetos (tecla <b>Shift</b> + objetos). Para modificar um botão já existente, ativar a ferramenta clicando <b>[Atributos]Botão Esconder/Mostrar</b> . Uma vez ativada, selecionamos o botão a modificar, e os objetos que queremos desassociar ou associar. Voltamos ao ponteiro. Em seguida, o botão é utilizável com o ponteiro. Ele pode ser movido pela folha de trabalho com um arrastar-posicionar.
	<b>Cor</b>	Permite mudar as cores de traços dos objetos. Seleciona-se uma cor na paleta, em seguida selecionam-se os objetos que devem receber essa cor.
	<b>Preencher...</b>	Permite mudar as cores de preenchimento dos objetos. Seleciona-se uma cor na paleta, em seguida selecionam-se os objetos que devem receber essa cor.
<b>A</b>	<b>Cor do texto...</b>	Permite mudar as cores do texto dos objetos. Seleciona-se uma cor na paleta, em seguida selecionam-se os textos que devem receber essa cor.
	<b>Espessura</b>	Modifica o tamanho dos pontos ou a espessura das linhas e curvas.
	<b>Pontilhado</b>	Modifica o estilo do traçado das linhas e das curvas.
	<b>Aparência</b>	Modifica outros atributos dos objetos, por meio da paleta "Aparência".

	<b>Mostrar os eixos</b>	Mostra os eixos e a origem por default da figura.
	<b>Esconder os eixos</b>	Esconde os eixos e a origem por default da figura.
	<b>Novos eixos</b>	Permite criar um novo sistema de eixos. Ela aguarda a seleção da origem, do ponto unidade sobre o eixo dos $x$ e do ponto unidade sobre o eixo dos $y$ .
	<b>Grade</b>	Permite munir um sistema de eixos existente numa grade. Ela aguarda a seleção de um sistema de eixos.

## 12. Calculadora



A calculadora é exibida pela ativação da ferramenta *[medida]Calculadora*.

Distância ou comprimento
Área
Coefficiente angular
Medida de ângulo
Equação ou coordenadas
Calculadora
Aplicar uma expressão
Tabela



Ela permanece em seguida em exibição até que seja fechada (botão  $\text{X}$ ). A calculadora calcula o valor da expressão que entra na zona de digitação. Pode-se entrar com operadores no teclado ou clicando sobre os diferentes botões. Os operandos podem entrar via teclado, ou por seleção sobre a folha de trabalho. O resultado é calculado clicando sobre o botão  $=$ , e podendo a seguir ser colocado sobre a folha (por arrastar-posicionar).

Além das operações e funções que aparecem na janela calculadora, outras funções são possíveis. Aqui abaixo está a lista destas funções com as sintaxes reconhecidas.

Função	Sintaxe
<b>Arco Coseno</b>	ARCOS( $x$ ), arccos, acos, ArcCos
<b>Arco Coseno Hiperbólico</b>	ARGCH( $x$ ), argch, ArgCh
<b>Arco Seno</b>	ARCSIN( $x$ ), arcsin, asin, ArcSin
<b>Arco Seno Hiperbólico</b>	ARGSH( $x$ ), argsh, ArgSh, arcsinh
<b>Arco Tangente</b>	ARCTAN( $x$ ), arctan, atan, ArcTan
<b>Arco Tangente Hiperbólico</b>	ARGTH( $x$ ), argth, ArgTh, arctanh
<b>Arredondamento (para o inteiro mais próximo)</b>	ROUND( $x$ ), round, Round
<b>Coseno</b>	COS( $x$ ), cos, Cos
<b>Coseno Hiperbólico</b>	COSH( $x$ ), cosh, CosH, ch
<b>Exponencial <math>e^x</math></b>	EXP( $x$ ), exp, Exp
<b>Logaritmo na base 10</b>	LOG10( $x$ ), Log10, lg, log
<b>Logaritmo neperiano</b>	LN( $x$ ), ln, Ln
<b>Máximo de a e b</b>	MAX( $a, b$ ), max, Max
<b>Mínimo de a e b</b>	MIN( $a, b$ ), min, Min
<b>Número aleatório entre 0 e 1</b>	Random ( $a, b$ ), random ( $a, b$ ), Rand ( $a, b$ ), rand ( $a, b$ )
<b>Pi (<math>\pi</math>)</b>	$\pi$ , $\Pi$ , PI, pi, Pi
<b>Menor número inteiro <math>\geq x</math></b>	CEIL( $x$ ), ceil, Ceil
<b>Maior número inteiro <math>\leq x</math></b>	FLOOR( $x$ ), floor, Floor
<b>Potências de 10</b>	$10^{(n)}$
<b>Quadrado</b>	SQR( $x$ ), sqr, Sqr, Sq
<b>Raiz quadrada</b>	SQRT( $x$ ), sqrt, Sqrt, SqRt, $\sqrt{x}$
<b>Sinal ( -1 se <math>x &lt; 0</math>, +1 se <math>x &gt; 0</math>, 0 se <math>x = 0</math>)</b>	Signe( $x$ ), SIGNE, sign
<b>Seno</b>	SIN( $x$ ), sin, Sin
<b>Seno Hiperbólico</b>	SINH( $x$ ), sinh, SinH, sh
<b>Tangente</b>	TAN( $x$ ), tan, Tan
<b>Tangente Hiperbólico</b>	TANH( $x$ ), tanh, TanH, th
<b>Valor absoluto</b>	ABS( $x$ ), abs, Abs

## 9.3 BARRA DE ATRIBUTOS

### 9.3

A barra de atributos é exibida verticalmente à esquerda da folha de trabalho, e é mostrada/escondida pelo menu [Opção] **Mostrar os atributos** **F2**. O funcionamento da barra de atributos é diferente daquele das ferramentas da caixa de ferramentas “Atributos”. Se uma ferramenta permitindo a criação de um objeto geométrico é ativada, a barra de atributos é atualizada para indicar os atributos por default desse tipo de objeto. Podemos então modificá-los, e as modificações afetarão todos os novos objetos desse tipo. Por exemplo se ativarmos a ferramenta [pontos] **Ponto**, então a barra de atributos é atualizada para exibir as propriedades dos pontos por default (cor, estilo, tamanho). Se escolhemos então o azul como cor de traçado, então todos os novos pontos criados terão essa cor. Se uma ferramenta da caixa de Manipulação é ativada, pode-se igualmente selecionar objetos, em seguida escolher um valor para um atributo na barra de atributos, e esse valor será então aplicado aos objetos selecionados.

• Ponto

Os três primeiros botões  ,  , **A** da barra de atributos concernem as cores dos traçados, de preenchimento e de texto. A cor corrente aparece sobre o ícone (aqui em preto).

Os botões   permitem aumentar ou diminuir o tamanho dos caracteres.

Os botões    permitem mudar o tamanho dos pontos e a espessura das curvas e das linhas.

Os botões    controlam o estilo (contínuo, pontilhados, traçados) das curvas e das linhas.

Os botões      controlam o estilo dos pontos.

Os botões       e     controlam o estilo de marcação das marcas dos ângulos e dos segmentos.

Essas marcas servem, em particular, a assinalar os ângulos de mesma medida, ou segmentos de mesmo comprimento.

Os botões    servem a fixar o estilo de terminação das “retas inteligentes”.

Enfim, os botões     controlam o tipo de sistema de coordenadas associadas a uma grade: cartesiano, ou polar em graus, radianos ou graus.

## EXPORTAÇÃO E IMPRESSÃO

Existem várias maneiras de utilizar figuras realizadas com o software Cabri Geometry em outros documentos, ou para a edição de documentos.

Para utilizar uma figura ou uma parte de uma figura em um outro documento Cabri Geometry, basta selecionar os objetos, eventualmente Selecionar tudo com **Ctrl+A** depois efetuar **[Editar]Copiar**, e em seguida **[Editar]Colar** no outro documento.

Para utilizar uma figura num outro programa, pode-se copiar a figura na área de transferência em dois formatos: bitmap ou vetorial. A escolha entre os dois é efetuada na caixa de diálogo “Preferências” via “Opções do sistema”. Nos dois casos, é preciso selecionar um retângulo com um arrastar-posicionar no modo de manipulação. O conteúdo do retângulo será copiado na área de transferência. O formato bitmap é mais adaptado à publicação de figuras estáticas (não manipuláveis) na Internet, e dará um aspecto “tipo pixel” à impressão.

O formato vetorial é do tipo “meta-arquivo Windows melhorado”, e pode ser copiado sob forma vetorial na maioria dos programas. A qualidade da impressão será perfeita, porque ela se ajusta a resolução da impressora.

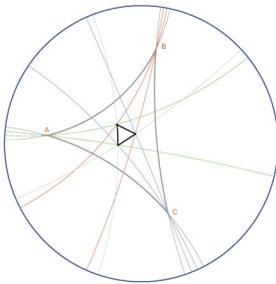
Para obter imagens bitmaps em alta resolução, ou arquivos codificados em PostScript, é preciso passar para a impressão. Imprime-se a página utilizando um piloto de impressora PostScript (por exemplo o piloto genérico PostScript do Adobe), e selecionando uma “impressão num arquivo”. Obtém-se assim uma representação vetorial portátil (por exemplo para outros sistemas, o que não permitem os meta-arquivos Windows).

Pode-se converter em seguida o PostScript encapsulado para outros formatos com os utilitários adaptados, por exemplo Ghostscript (gratuito) na resolução desejada.

Para exportar o conteúdo de uma tabela para uma planilha, é suficiente selecionar a tabela e ativar **[Editar]Copiar**, depois **[Editar]Colar** na planilha. O conteúdo da janela de descrição textual da figura pode igualmente ser copiado por meio do menu contextual dessa janela (botão direito).

# TERCEIRA PARTE

*Aprofundamento*



**CAPÍTULO 11**

**TRIÂNGULOS PEDAIS**

**CAPÍTULO 12**

**FUNÇÕES**

**CAPÍTULO 13**

**PAVIMENTAÇÃO I**

**CAPÍTULO 14**

**PAVIMENTAÇÃO II**

## TRIÂNGULOS PEDAIS

Sejam três pontos quaisquer  $A$ ,  $B$  e  $C$ , construídos com a ferramenta [pontos]Ponto.

Construímos inicialmente as três retas  $AB$ ,  $BC$  e  $CA$ , com a ferramenta [linhas]Reta. Seja agora um ponto  $M$  qualquer do plano, e as respectivas projeções ortogonais  $C'$ ,  $A'$ , e  $B'$  de  $M$  sobre essas três retas. Esses pontos são obtidos construindo as retas perpendiculares a  $AB$ ,  $BC$  e  $CA$  passando por  $M$ , com a ajuda da ferramenta [construções]Reta perpendicular, depois por intersecção dessas retas com  $AB$ ,  $BC$ , e  $CA$ , utilizando a ferramenta [pontos]Ponto. A ferramenta [pontos]Ponto permite construir implicitamente as intersecções entre objetos. Basta deslocar o cursor perto de uma intersecção, e o programa exibe **Ponto a esta intersecção, ou Intersecção de...** e um menu em caso de ambigüidade.

Os três pontos  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$  definem um triângulo que será traçado utilizando a ferramenta [linhas]Triângulo. É um triângulo pedal relativo ao triângulo  $ABC$ . Podemos colorir o interior do triângulo com a ferramenta [atributos]Preencher.

Interessamo-nos pela área deste triângulo em função da posição do ponto  $M$ . A área do triângulo é obtida com a ferramenta [medida]Área. Esta ferramenta fornece uma área “geométrica” sempre positiva, não levando em conta a orientação do triângulo. Obtem-se uma medida em  $cm^2$  que podemos posicionar livremente sobre a folha. O menu contextual exibido por um clique-direito sobre o número permite a exibição da área “algébrica” cujo sinal depende da orientação do triângulo.

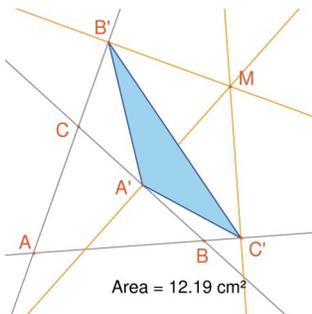


Figura 11.1 - O triângulo pedal correspondente a  $M$ , e sua área.

• Ponto

➤ Reta

⊥ Reta perpendic.

• Ponto

△ Triângulo

▭ Preencher...

cm<sup>2</sup> Area

Rastro On/Off

Calculadora

Compasso

Vamos estudar a variação da área do triângulo  $A'B'C'$  em função da posição de  $M$ . Para fazer isto, existem várias estratégias. Podemos por exemplo ativar o rastro do ponto  $M$  (ferramenta [texto e símbolos] Rastro, depois o deslocamos tentando manter a área do triângulo  $A'B'C'$  constante. As posições sucessivas de  $M$  permanecerão afixadas, e teremos assim o aspecto geral de uma curva de nível da função associada à área do triângulo  $A'B'C'$ . Uma outra estratégia consiste em utilizar os lugares geométricos de pontos numa grade para desenhar uma representação visual da área do triângulo  $A'B'C'$  para um grande número de posições de  $M$ .

Aqui, nós adotaremos esta estratégia, e vamos traçar a circunferência centrada em  $M$  tendo uma área proporcional àquela do triângulo  $A'B'C'$ . Para fazer isto, devemos antes calcular o raio da circunferência, proporcional à raiz quadrada da área do triângulo. Ativemos a ferramenta [medidas]Calculadora, e salvemos a expressão `sqrt(` depois selecionemos o número representando a área do triângulo para incluí-lo na expressão, que passa a ser `sqrt(a)`. Fechemos então a parêntese, e dividamos por 10 para evitar as circunferências muito grandes. A expressão na calculadora é agora `sqrt(a)/10`. É avaliada clicando no botão `=`, depois efetuamos um arrastar-posicionar do resultado para o colocar sobre a folha.

Para traçar uma circunferência centrada em  $M$  e tendo o raio calculado anteriormente, ativamos a ferramenta [construções]Compasso. Selecionamos o número que já estava colocado na folha, depois o ponto  $M$ . Obtém-se então a circunferência centrada em  $M$  do raio procurado. Já podemos observar visualmente a evolução da área do triângulo em função da posição de  $M$ .

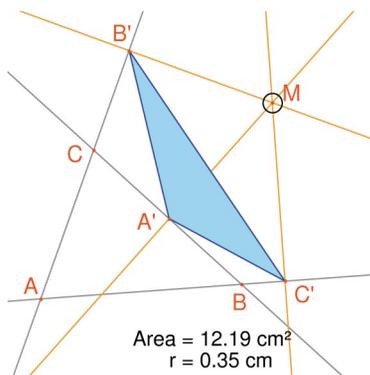
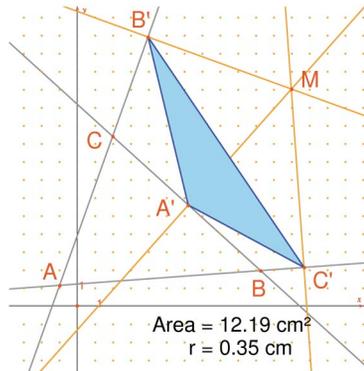


Figura 11.2 - Desenhamos uma circunferência centrada em  $M$  com área proporcional àquela do triângulo  $A'B'C'$ .

Vamos agora definir uma grade, depois redefinir  $M$  como ponto sobre esta grade, e enfim traçar todas as circunferências representando a área do triângulo pedal para  $M$  percorrendo todos os pontos da grade. Para definir uma grade, precisamos de um sistema de eixos. Vamos tomar os eixos default presentes em toda figura. Vamos torná-los visíveis escolhendo a opção [atributos] **Mostrar os eixos**. Em seguida, ativamos a ferramenta [atributos] **Grade**, e selecionamos os eixos. Uma grade de pontos aparece.

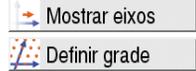
Figura 11.3 - Construímos uma grade a partir dos eixos por default da figura, depois redefinimos  $M$  como ponto livre sobre a grade.



O ponto  $M$  é um ponto livre no plano; vamos redefini-lo para obrigá-lo a ficar na grade. Ativemos a ferramenta [construções] **Redefinir um objeto**, depois selecionamos  $M$ , escolhemos a opção **Ponto sobre um objeto** no menu que então aparece, depois selecionamos um ponto da grade. O ponto  $M$  só pode agora se mover na grade.

A ferramenta [construções] **Lugar geométrico** permite construir o conjunto de circunferências obtidas deslocando  $M$  sobre toda a grade. Selecionamos a circunferência depois do ponto  $M$ , para obter o lugar geométrico das circunferências quando  $M$  varia na grade.

Demonstra-se (ver por exemplo o livro Géométrie de Marcel Berger, edição CEDIC, item 10.4.5) que as curvas de nível de valores iguais à área do triângulo pedal são circunferências, onde o centro é o mesmo que aquele da circunferência circunscrita ao triângulo  $ABC$ . Em particular, a área do triângulo  $A'B'C'$  é nula se  $M$  está sobre a circunferência circunscrita ao triângulo  $ABC$ , ou ainda, de maneira equivalente, os pontos  $A'$ ,  $B'$ , e  $C$  são colineares se e somente se  $M$  está sobre a circunferência circunscrita ao triângulo  $ABC$ .



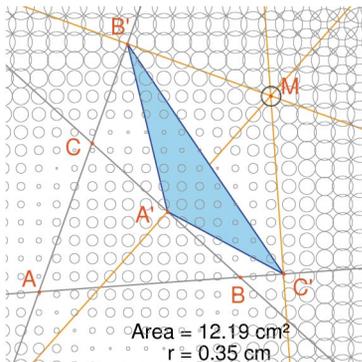


Figura 11.4 - Repartição da área do triângulo pedal em função da posição de M.

**Exercício 8** - Para  $M$  sobre a circunferência circunscrita ao triângulo  $ABC$ , os três pontos  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$  são colineares e a reta  $A'B'C'$  chama-se reta de *Simson*<sup>1</sup> (ou reta de *Wallace*<sup>2</sup>) associada ao ponto  $M$ . Este resultado tendo sido durante muito tempo atribuído erroneamente a *Simson*, foi de fato publicado por *Wallace* em 1799. Construir o envelope das retas de *Simson* (utilizar a ferramenta [construções]Lugar geométrico): por default, esta ferramenta fornece, no caso de retas, não o conjunto de retas, mas seu envelope. Esta curva, invariante por uma rotação de ângulo  $120^\circ$ , chama-se uma deltoíde, porque ela tem a forma da letra  $\Delta$ : é a deltoíde de *Steiner*<sup>3</sup>. Ela é tangente às três retas  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$ . É uma curva algébrica de grau 4. Isto pode ser verificado com a equação fornecida pela ferramenta Equação e coordenadas.

**Exercício 9\*** - Para a deltoíde do exercício anterior, construir o centro, os três pontos de tangência com as três retas, os três vértices da curva, assim como a maior circunferência inscrita na curva.

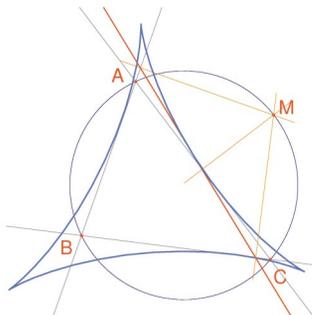


Figura 11.5 - O envelope das retas de *Simson* de um triângulo  $ABC$  é chamado uma deltoíde. Ele possui as mesmas simetrias que um triângulo equilátero.

<sup>1</sup> Robert Simson, 1687-1768

<sup>2</sup> William Wallace, 1768-1843

<sup>3</sup> Jakob Steiner, 1796-1863

## FUNÇÕES

Graças ao seu sistema de eixos e à ferramenta expressão, Cabri Geometry™ permite construir facilmente o gráfico de uma função e de utilizar este gráfico para a estudar. Vamos estudar neste capítulo uma função polinomial de grau 3

$$f(x) = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$$

Inicialmente, vamos tornar visíveis os eixos coordenados, com [atributos]Mostrar os eixos. Em seguida, criamos a expressão correspondente na folha. Uma expressão posicionada sobre a folha pode ser depois calculada para diferentes valores de suas variáveis. Aqui, ativamos [texto e símbolos]Expressão, e entramos com  $x^3 - 2x + 1/2$ . Os nomes das variáveis admitidas nas expressões são as letras **a, b, c, ..., z**.

Posicionamos um ponto  $P$  sobre o eixo das abscissas (com a ferramenta [pontos]Ponto ). Obtemos suas coordenadas por [medida]Coordenadas e equação selecionando  $P$ . O texto exibindo as coordenadas é inicialmente ligado a  $P$ , e se deslocará com o ponto. Com a ferramenta [manipulação]Ponteiro, podemos deslocar as coordenadas do ponto  $P$  e colocá-las em qualquer lugar da folha. Podemos igualmente ligá-las novamente aproximando-as do ponto.

Mostrar eixos

 $\frac{3x+2y}{2}$  Expressão

• Ponto

 $\begin{pmatrix} x,y \\ y=f(x) \end{pmatrix}$  Equação/coord.

↔ Ponteiro

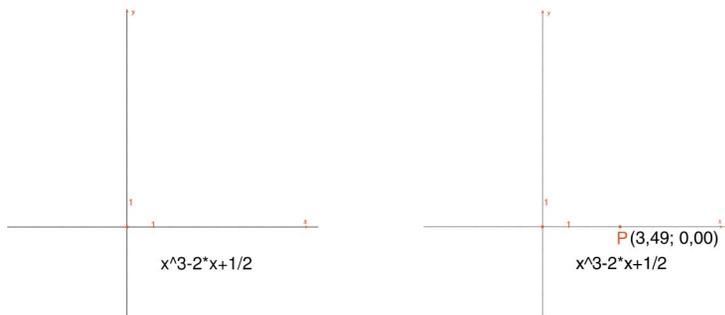


Figura 12.1 - [À esquerda]. Digita-se a expressão correspondente à função a estudar. [À direita]. Posiciona-se um ponto  $P$  sobre o eixo das abscissas, e exibe-se suas coordenadas com [medida]Coordenadas e equação.

3x+  
2y = Aplic. express.

Calculamos em seguida o valor de  $f(x)$  onde  $x$  representa a abscissa de  $P$ . Para isso, ativamos a ferramenta [medida]Aplicar uma expressão, selecionamos a expressão, em seguida a abscissa de  $P$  no texto representando suas coordenadas.

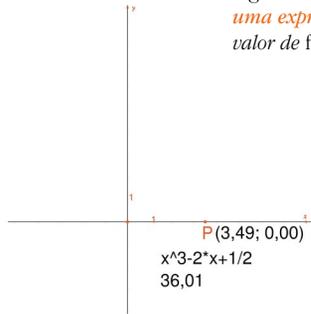


Figura 12.2 - A ferramenta [medida]Aplicar uma expressão é utilizada para calcular o valor de  $f(x)$  quando  $x$  é a abscissa de  $P$ .

2.1  
Transf. medida

Transferimos em seguida este valor sobre o eixo das ordenadas com a ferramenta [construções]Transferência de medida, selecionando o valor a transferir e em seguida o eixo das ordenadas. Em seguida, basta construir paralelas aos eixos passando por esses dois pontos ([construções]Reta paralela), e obtém-se na sua intersecção o ponto  $M$  de coordenadas  $(x, f(x))$ . Na figura abaixo, deslocamos  $P$  em relação à posição da figura 6.2 para trazer o ponto do eixo das ordenadas obtido por transferência de medida na parte visível da folha. Este deslocamento de  $P$  pode ser feito durante a construção das retas.

Reta paralela

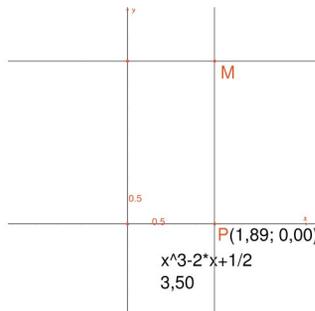


Figura 12.3 - Construção do ponto  $M(x, f(x))$ .

O gráfico da função é obtido exibindo o lugar geométrico do ponto  $M$  quando  $P$  descreve o eixo das abscissas. É construído com a ferramenta [construções]Lugar geométrico selecionando  $M$  depois  $P$ . A fim de melhor enquadrar a parte interessante do gráfico da função, pode-se deslocar a origem do referencial e as graduações, por arrastar-posicionar da origem do referencial ou de uma graduação qualquer.

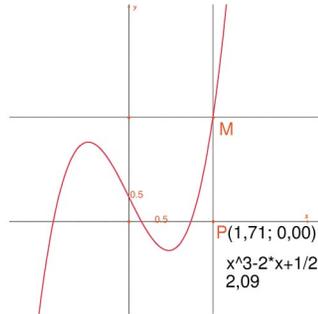


Figura 12.4 - A ferramenta [construções]Lugar geométrico permite finalmente construir o gráfico da função.

Vamos construir uma aproximação da tangente à curva em um ponto. Para  $h$  pequeno, sabemos que

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

Do ponto de vista geométrico, esta aproximação equivale a tomar como direção da tangente ao ponto da curva de abscissa  $x$  a direção da reta ligando os pontos de abscissas  $x-h$  e  $x+h$ .

Com a ferramenta [texto e símbolos]Número, digita-se um valor para  $h$ , por exemplo aqui 0,3 que convém aqui para essas construções.

Poderemos depois editá-lo para substituí-lo por um valor menor dando uma melhor aproximação. Construímos em seguida um ponto  $A$  sobre o eixo das abscissas, e a circunferência de centro  $A$  e de raio  $h$ . Esta circunferência é obtida com a ferramenta [construções]

Compasso selecionando  $h$  depois  $A$ . As duas interseções da circunferência de centro  $A$  e de raio  $h$  com o eixo das abscissas têm por abscissas  $x-h$  e  $x+h$ , se  $x$  for abscissa de  $A$ .

Tracemos as três retas paralelas ao eixo das ordenadas ([construções]Reta paralela) e passando pelos dois pontos de interseção, e o ponto  $A$ .

Esconder/Mostrar

As intersecções dessas três retas com a curva fornecem os pontos  $B^-$ ,  $B$ ,  $B^+$  da curva de abscissas respectivamente  $x-h$ ,  $x$ , e  $x+h$ .

Como a figura começa a ficar um pouco complexa, vamos ocultar os elementos que não servem mais. Ativamos a ferramenta [atributos]Esconder/Mostrar, e selecionamos os elementos a ocultar. Aqui, vamos ocultar  $P$ ,  $M$ , as duas retas de construção de  $M$ , as coordenadas de  $P$  e a imagem da abscissa de  $P$  pela função. Os objetos ocultos só serão visíveis em pontilhados quando a ferramenta [atributos]Esconder/Mostrar estiver ativa. Para tornar visível um objeto oculto, basta selecioná-lo novamente com esta mesma ferramenta.

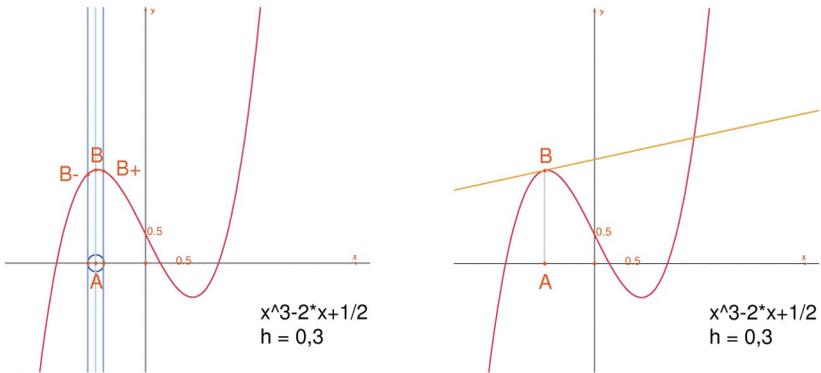


Figura 12.5 - [À esquerda]. Considerando a intersecção da circunferência de centro  $A$  e de raio  $h$ , construímos os três pontos da curva de abscissas  $x-h$ ,  $x$  e  $x+h$ .

[À direita]. A aproximação da tangente em  $B$ , depois de ter ocultado os elementos da construção.

Reta  
Reta paralela

A aproximação da tangente em  $B$  é então a paralela à reta  $B^-B^+$  passando por  $B$ . Construímos esta reta com a ferramenta [linhas]Reta depois a paralela com [construções]Reta paralela. Em seguida ocultamos a reta  $B^-B^+$  e os outros elementos de construção para só deixar visível  $h$ ,  $A$ ,  $B$  e a tangente em  $B$ . Vemos que o valor  $h = 0,3$  já fornece uma aproximação muito boa da tangente. Podemos entretanto melhorá-la diminuindo  $h$ , por exemplo tomando  $0,0001$ .

O deslocamento do ponto  $A$  sobre o eixo permite determinar visualmente as três raízes da equação  $f(x)=0$ , os dois extremos locais de  $f$ , e o ponto de inflexão da curva.

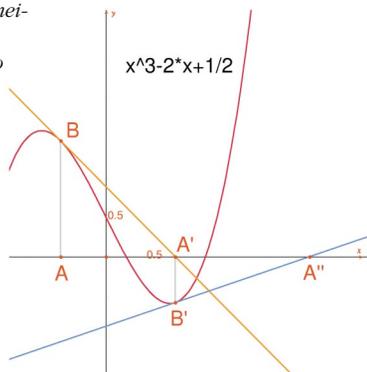
Para informação, as três soluções de  $f(x)=0$  são aproximadamente  $r_1 \approx -1,52568$ ,  $r_2 \approx 0,25865$ , y  $r_3 \approx 1,26703$ .

As abscissas dos extremos são  $e_1 = -\sqrt{6}/3 \approx -0,81649$  e  $e_2 = \sqrt{6}/3 \approx 0,81649$ . O ponto de inflexão tem por coordenadas  $(0,1/2)$ .

**Exercício 10** - Utilizando o coeficiente angular da tangente, traçar o gráfico da função derivada.

**Exercício 11\*** - A tangente corta o eixo em um ponto  $A'$  da abscissa  $x'$ , que é geralmente uma melhor aproximação da raiz que  $x$  se  $A$  já estiver na vizinhança de uma raiz de  $f(x)=0$ . Esta constatação é a base do método iterativo de *Newton*<sup>1</sup> - *Raphson*<sup>2</sup> para encontrar uma raiz de uma equação. Construir  $A'$ , depois seu iterado  $A''$  pelo mesmo método, depois estudar a posição de  $A''$  em função daquela de  $A$ . Em particular, podemos encontrar duas posições de  $A$ , além das três raízes, para as quais  $A''$  volta em  $A$ . Para informação, são as duas raízes reais de um polinômio de grau 6, valendo aproximadamente  $-0,56293$  e  $0,73727$ . Vemos também que uma escolha errada de  $A$  pode fazer divergir o método, levando  $A'$  sobre um dos dois pontos onde a derivada é nula.

Figura 12.6 - As duas primeiras iterações do método de Newton-Raphson a partir do ponto  $A$ .



**Nota:** Pode-se obter o mesmo gráfico diretamente com a ferramenta [medida]Aplicar uma expressão.

<sup>1</sup> Sir Isaac Newton, 1643-1727

<sup>2</sup> Joseph Raphson, 1648-1715

## PAVIMENTAÇÃO I

Vamos construir algumas pavimentações do plano por polígonos. Começemos por algumas definições simplificadas, mas suficientes para a seqüência. O leitor interessado pode reportar-se à obra de referência *Tilings and Patterns* de Branko Grünbaum e G.C. Shephard, Freeman 1987. Existe igualmente um grande número de sites Internet sobre as pavimentações e os grupos de simetria.

Dizemos que um conjunto de partes fechadas do plano é uma pavimentação do plano se os interiores das partes são disjuntos dois a dois, e a reunião de todas as partes é o plano inteiro. Estas partes são chamadas de ladrilhos da pavimentação. A intersecção não reduzida a um ponto de dois ladrilhos é chamada uma aresta da pavimentação, e a intersecção reduzida a um ponto de dois ou mais ladrilhos é chamada um vértice da pavimentação.

Para uma pavimentação  $P$ , notamos  $S(P)$  o conjunto das isometrias  $f$  do plano tais que a imagem de todo ladrilho de  $P$  por  $f$  é um ladrilho de  $P$ .  $S(P)$  é um grupo, chamado o grupo das simetrias da pavimentação. Vários casos devem ser considerados para este grupo:

- $S(P)$  não contém nenhuma translação.  $S(P)$  é então isomorfo a um grupo cíclico, eventualmente reduzido à identidade, gerado por uma rotação de ângulo  $2\pi/n$ , ou a um grupo diedral, grupo de simetrias de um polígono regular de  $n$  lados.
- $S(P)$  contém translações de vetores todos colineares.  $S(P)$  é então isomorfo a um dos 7 grupos de frisos.
- $S(P)$  contém duas translações de vetores não colineares. Então  $S(P)$  é isomorfo a um dos 17 grupos cristalográficos, e a pavimentação é dita periódica.

Se todos os ladrilhos da pavimentação podem ser obtidos por isometria a partir de um só ladrilho, dizemos que a pavimentação é monoedral.

Nós nos interessaremos aqui somente no caso de pavimentações monoedrais onde os ladrilhos são polígonos.

Vamos inicialmente construir uma pavimentação monoedral da qual um ladrilho é um triângulo qualquer.

Construímos um triângulo qualquer  $ABC$  com a ajuda da ferramenta [linhas]Triângulo, depois o ponto médio  $I$  de um de seus lados, por exemplo  $BC$ , com a ferramenta [construções]Ponto médio.

Seja  $D$  o simétrico de  $A$  em relação a  $I$ , obtido com a ferramenta [transformações]Simetria central selecionando em primeiro lugar o objeto a transformar  $A$ , depois o centro de simetria  $I$ .

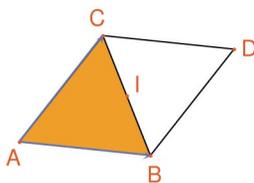


Figura 13.1 - Construímos o simétrico de um triângulo  $ABC$  em relação ao ponto médio de um de seus lados (aqui  $BC$ ). Obtemos então um paralelogramo  $ABCD$ .

O quadrilátero  $ABCD$  é um paralelogramo, e podemos utilizá-lo para pavimentar o plano. Construímos os dois vetores  $\vec{AB}$  e  $\vec{AC}$ , com a ferramenta [linhas]Vetor, depois os utilizamos para duplicar os triângulos  $ABC$  e  $BCD$  por translação, com a ferramenta [transformações]Translação.

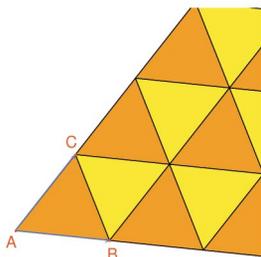


Figura 13.2 - Construção das imagens dos dois triângulos pelas translações de vetores  $\vec{AB}$  e  $\vec{AC}$ .

Triângulo

Ponto médio

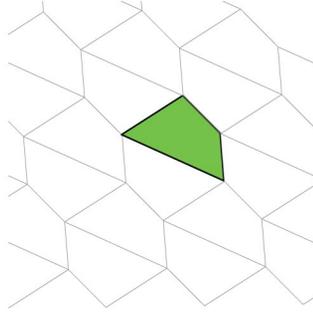
Simetria central

Vetor

Translação

A mesma abordagem permite pavimentar o plano com um quadrilátero qualquer convexo ou não mas não cruzado. Consideramos o simétrico do quadrilátero em relação ao ponto médio de um lado, e obtemos um hexágono com os lados paralelos dois a dois, que pavimenta o plano por translação.

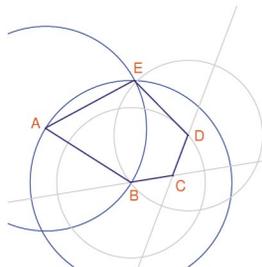
*Figura 13.3 - O mesmo tipo de construção permite pavimentar o plano com um quadrilátero qualquer, eventualmente não convexo desde que não seja cruzado.*



O caso dos outros polígonos convexos é bem mais complexo. A partir de 7 lados, podemos demonstrar que nenhum polígono convexo pode pavimentar o plano. Há 3 tipos de hexágonos convexos que pavimentam o plano, e pelo menos 14 tipos de pentágonos convexos pavimentando o plano, cada tipo sendo definido por um conjunto de restrições sobre os ângulos e os comprimentos dos lados. No caso dos pentágonos, não se sabe até o momento se os 14 tipos conhecidos fornecem todas as soluções ao problema. O último tipo conhecido foi descoberto em 1985. Pelo que sabemos, a questão dos polígonos não convexos também não está resolvida.

**Exercício 12** - Construir um pentágono convexo  $ABCDE$  verificando as seguintes restrições: o ângulo  $A$  é  $\hat{A} = 60^\circ$ , o ângulo em  $C$  é  $\hat{C} = 120^\circ$ ,  $AB = AE$ ,  $CB = CD$ . Estas restrições não determinam um único pentágono, mas uma família de pentágonos. O número de pontos livres da construção será então de pelo menos três.

*Figura 13.4 - Construção de um pentágono verificando as restrições  $\hat{A} = 60^\circ$ ,  $\hat{C} = 120^\circ$ ,  $AB = AE$ , e  $CB = CD$ . Os pontos  $A$ ,  $B$ , e  $C$  são livres no plano*



Por rotações sucessivas de centro  $A$  e de ângulo  $60^\circ$  (ferramenta [transformações]Rotação aguardando o objeto a transformar, um ângulo e um centro) construir uma “flor” de 6 pentágonos. O ângulo é um número digitado na folha com a ferramenta [texto e símbolos]Número.

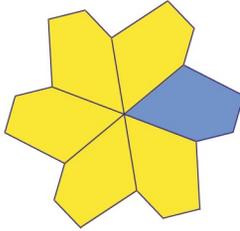


Figura 13.5 - . O pentágono de base é reproduzido pela rotação de centro  $A$  e de ângulo  $60^\circ$ , para formar uma “flor” de seis pétalas.

As flores podem então ser reunidas por translação para pavimentar o plano. A pavimentação obtida é o tipo 5 da classificação dada em *Tilings and Patterns*. Foi publicado por *K.Reinhardt* em 1918.

Esta pavimentação não é só monoedra, isto é todos os ladrilhos são obtidos por isometria a partir de um único, mas também isodra: todas os ladrilhos têm o mesmo papel na pavimentação. Mais precisamente, se uma isometria transforma um ladrilho em um outro ladrilho da pavimentação, então ela faz parte do grupo de simetrias da pavimentação.

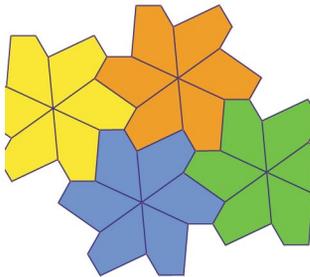
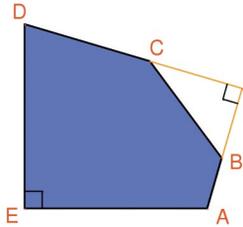


Figura 13.6 - As flores são reunidas por translação para cobrir o plano.

**Exercício 13\***- Construir um pentágono  $ABCDE$  verificando as restrições  $\hat{E} = 90^\circ$ ,  $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$ ,  $2\hat{B} - \hat{D} = 180^\circ$ ,  $2\hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ ,  $EA = ED = AB + CD$ .

Figura 13.7 - Pentágono do tipo 10 segundo a classificação de Tilings e Patterns. Este pentágono serve de base a uma pavimentação monoedra do plano. Os pontos  $E$  e  $A$  são livres no plano e o ponto  $I$  é livre sobre um arco de circunferência.



A pavimentação é realizada fazendo inicialmente três cópias do ladrilho por rotações sucessivas de  $90^\circ$  ao redor de  $E$ , para obter um quadrado truncado. Em seguida estes quadrados são anexados em fitas por translação numa direção. As fitas de quadrados são separadas por fitas de pentágonos, como na figura abaixo.

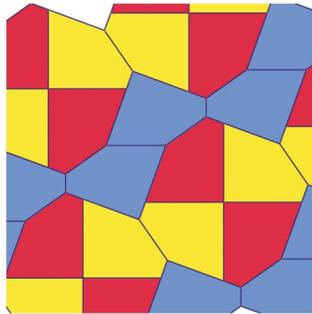


Figura 13.8 - Pavimentação monoedra por pentágonos convexas. Esta pavimentação é devida a Richard E. James III, depois da publicação de um artigo de Martin Gardner em *Scientific American* em 1975. Podemos encontrar este artigo completado no *Times travel and other mathematical bewilderments*, Martin Gardner, Freeman 1987.

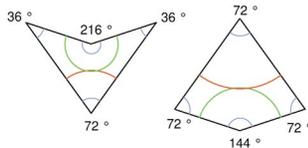
## PAVIMENTAÇÃO II

Este capítulo faz referência às definições dadas no capítulo precedente [13] “PAVIMENTAÇÕES I”.

Existem conjuntos de polígonos a partir dos quais não podemos construir nenhuma pavimentação periódica. A mais conhecida é certamente aquela dos ladrilhos de *Penrose*, do nome do matemático *Roger Penrose*<sup>1</sup> que as descobriu em 1974.

Esos ladrilhos são chamados Kite (pipa) e Dart (flecha). Um motivo colorido é desenhado sobre os ladrilhos, e só as junções respeitando a correspondência de cores são autorizadas, o que descarta as pavimentações periódicas. Estes dois ladrilhos são quadriláteros com ângulos múltiplos de  $\theta = 36^\circ$  e com comprimentos dos lados 1 e  $\phi$ , esse último chamado de número de ouro e valendo  $\phi = (1 + \sqrt{5})/2$ . O motivo colorido apresentado aqui é devido a *John Conway*<sup>2</sup>, e produz curvas surpreendentes apresentando uma invariância por rotação de ângulo  $\theta$ .

Figura 14.1 -  
Ladrilhos Dart (à esquerda)  
e Kite (à direita)



Sendo que os ladrilhos Kite e Dart são um pouco demorados para construir, vamos criar macro-construções permitindo posicionar cópias livremente sobre a folha com um só clique.

Uma macro-construção (ou macro) é criada a partir de um subconjunto de uma figura. Ela é definida a partir de um conjunto de objetos iniciais, e de um conjunto de objetos finais construídos unicamente a partir dos objetos iniciais. Uma vez definida a macro, o usuário tem acesso a uma nova ferramenta na caixa de ferramenta [macro]. Esta ferramenta aguarda a seleção de um conjunto similar aos objetos iniciais, e reproduz a construção memorizada na macro a partir desses objetos.

<sup>1</sup> Sir Roger Penrose, 1931

<sup>2</sup> John Horton Conway, 1937

Por ocasião da criação da macro, temos a possibilidade de nomeá-la, de desenhar-lhe um ícone, e de salvá-la num arquivo separado. Para utilizar uma macro de uma figura numa outra, basta abrir simultaneamente as duas figuras, e a macro será utilizada nas duas. Uma macro é gravada no arquivo de uma figura se ela é utilizada ou se ela foi criada nessa figura. Podemos redefinir uma macro, definindo uma macro que tenha o mesmo nome e que construa objetos do mesmo tipo. Cabri Geometry pergunta por ocasião da validação da macro se é preciso substituir a antiga, ou completá-la. Se escolhermos completá-la, podemos utilizar indistintamente as duas macros. Por exemplo, podemos definir uma macro considerando como entrada sejam dois pontos, seja um segmento.

Vamos definir uma macro **Dart 1 L** que, a partir de dois pontos  $A$  e  $B$ , constrói um ladrilho **Dart** apoiando-se sobre o segmento  $AB$ , à direita do segmento olhando  $B$  a partir de  $A$ , de modo que o lado  $AB$  seja um lado curto (de onde o 1) do ladrilho e o pé do arco esteja mais longe de  $A$  do que de  $B$  (de onde o **L**, para “longo”). Definiremos igualmente a macro **Dart 1 C**, construindo um ladrilho **Dart** a partir de dois pontos  $A$  e  $B$ , à direita de  $AB$ , de tal modo que o lado  $AB$  seja ainda um lado curto, mas que o pé do arco seja mais longe de  $A$  do que de  $B$  (de onde o  $C$  para “curto”). Da mesma maneira, construiremos **Dart phi L**, **Dart phi C**, e as quatro macros correspondentes para Kite.

Para definir essas macros, é preciso inicialmente construir os ladrilhos a partir de dois pontos. Consideremos então dois pontos quaisquer  $A$  e  $B$ , construídos com a ferramenta [pontos]Ponto que representará o comprimento unidade dos ladrilhos. Construímos em primeiro lugar a reta  $AB$ , com a ferramenta [linhas]Reta, depois a reta perpendicular a  $AB$  passando por  $A$ , com a ferramenta [construções]Reta perpendicular, e a circunferência de centro  $A$  passando por  $B$  com a ferramenta [curvas]Circunferência, selecionamos o centro  $A$  depois um ponto da circunferência  $B$ . Construímos enfim um ponto de interseção  $C$  da perpendicular a  $AB$  com a circunferência. Selecionaremos a interseção situada “acima” de  $AB$ , com a ferramenta [pontos]Ponto.

Vamos inicialmente dividir a circunferência em 10 setores iguais. Construímos o simétrico  $B'$  de  $A$  em relação a  $B$ , e o simétrico  $A'$  de  $B$  em relação a  $A$ . Utilizamos a ferramenta [transformações]Simetria central, selecionando em primeiro lugar o ponto a transformar, depois o centro de simetria. Sobre a reta  $AB$ , se  $A$  está na abscissa 0 e  $B$  na abscissa 1, então  $B'$  está em 2, e  $A'$  em -1. Precisamos igualmente do ponto médio  $A''$  de  $AA'$ ; obtido com a ferramenta [construções]Ponto médio. A abscissa de  $A''$  sobre  $AB$  é  $-1/2$  com as convenções anteriores.

• Ponto

 Reta perpendic.

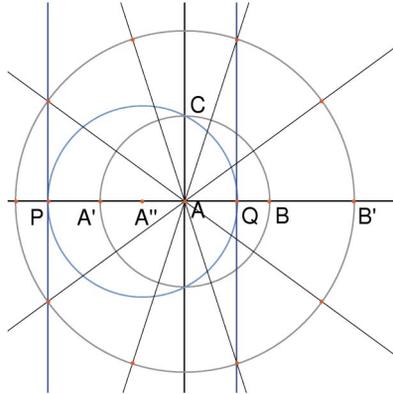
 Circunferência

 Simetria central

 Ponto médio

Construímos então a circunferência de centro  $A''$  e passando por  $C$ . Essa circunferência corta a reta  $AB$  em dois pontos  $P$  (“à esquerda” de  $A$ ) e  $Q$  (“à direita” de  $A$ ). As abscissas de  $P$  e  $Q$  são respectivamente  $-\phi$  e  $\phi - 1$ . As perpendiculares a  $AB$  passando por  $P$  e  $Q$  cortam a circunferência de centro  $A$  passando por  $B'$  em quatro pontos, vértices de um pentágono regular cujo quinto vértice é  $B'$ . Completamos o decágono por simetria para obter a figura abaixo. Construímos assim o ângulo  $\theta = 36^\circ$  e o comprimento  $\phi = (1 + \sqrt{5})/2$ , duas grandezas intimamente ligadas ao pentágono regular.

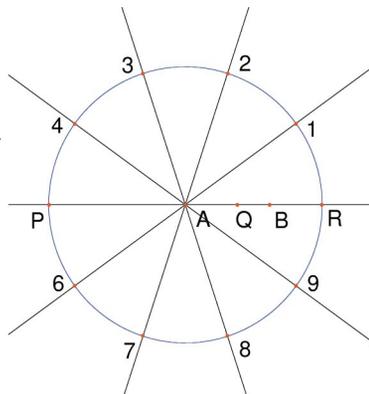
Figura 14.2 - Subdivisão da circunferência em 10 setores iguais.



Tracemos a circunferência de centro  $A$  passando por  $P$ . O raio desta circunferência é então  $\phi$ . Transferimos a subdivisão em 10 setores sobre esta circunferência, depois ocultamos os elementos de construção com a ferramenta [\[atributos\]Esconder/Mostrar](#), para só deixar os elementos visíveis na figura seguinte. Os vértices do decágono regular inscrito na circunferência de raio  $\phi$  são nomeados por  $R, 1, 2, 3, 4, P, 6, 7, 8, 9$ .

[Esconder/Mostrar](#)

Figura 14.3 - Transferimos a subdivisão sobre a circunferência de raio  $\phi$ , e ocultamos os elementos que se tornaram inúteis.



Segmento

Polígono

Circunferência

Arco

Espessura...

Cor...

Objetos iniciais

Objetos finais

Definir macro...

A seqüência das construções deve ser feita tomando como modelo a figura seguinte. Construimos os segmentos ligando o ponto  $P$  e os pontos 2 e 8 com a ferramenta [linhas]Segmento, depois os dois quadriláteros com a ferramenta [linhas]Polígono.

Construimos em seguida as circunferências suportes dos arcos, com [curvas]Circunferência, depois finalmente os arcos com [curvas]Arco. Um arco de circunferência é definido por três pontos: suas duas extremidades e um ponto interior (o segundo ponto selecionado). Ocultaremos em seguida os pontos definindo os arcos, para evitar que estes apareçam por ocasião da utilização das macros. O aspecto dos arcos e dos quadriláteros é modificado utilizando as ferramentas [atributos]Espessura e [atributos]Cores.

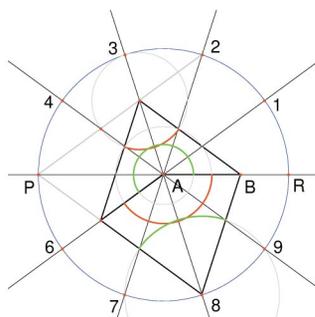


Figura 14.4 -- Construção dos dois ladrilhos e dos arcos coloridos.

Podemos agora criar duas das macros. Ativamos a ferramenta [macro]Objetos iniciais, e selecionamos  $B$  depois  $A$ .

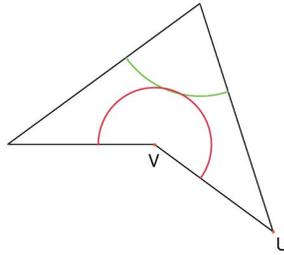
A ordem de seleção dos objetos de mesmo tipo é importante; eles deverão ser selecionados na mesma ordem por ocasião da utilização da macro. Ativamos agora a ferramenta [macro]Objetos finais, e selecionamos o polígono **Dart** e seus dois arcos.

Finalmente, a macro é validada ativando a ferramenta [macro]Definir macro. Nós a chamaremos **Dart 1 L**.

Por ocasião da definição da macro, podemos desenhar o ícone da ferramenta, nomeá-la, digitar algumas linhas de comentários, dar um nome ao primeiro objeto criado, e proteger a macro com uma senha (útil na classe no quadro das atividades de descobrir o funcionamento de “caixas pretas”).

Uma vez definida a macro, uma nova ferramenta aparece na caixa de ferramentas [macro]. Vamos testar a nossa nova macro. Selecionamos a ferramenta [macro]Dart 1 L, e dois novos pontos  $U$  e  $V$ . Obtemos uma nova Dart baseada em  $U$  e  $V$ .

Figura 14.5 - Aplicação da macro **Dart 1 L** a dois novos pontos.



A partir de nossa construção, definimos da mesma forma a macro **Kite 1 L**. A partir dessas duas macros, podemos começar a construir a pavimentação “Sol”, que tem o mesmo grupo de simetrias que o pentágono regular.

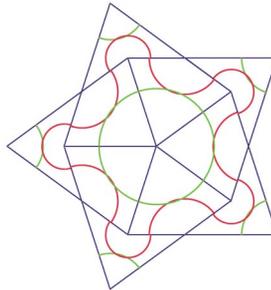


Figura 14.6 - Início da pavimentação “Sol”, construída com a ajuda das nossas duas macros.

**Exercício 14** - Definir as seis outras macros e continuar a pavimentação “Sol”. Desenhar a pavimentação “Estrela”, cujo centro é formado por cinco ladrilhos Dart apontando para o vértice central.

**Exercício 15** - Enumerar as 7 configurações possíveis de ladrilhos de Penrose ao redor de um vértice.

# INDICE

---



**A****Ajuda**

para definir as macros, 123  
 janela de ajuda, 14-15, 123  
 atalho teclado para ajuda, 51, 55

**Alinhamento**

Atributos, 62-63, 73  
 propriedade geométrica, 61

**Altura 30, 32****Ampliar**

interface utilizador, 87

**Ângulo**

visualização, precisão e unidade, 78-79  
 ângulos e transformações, 56  
 exemplo de utilização, 43  
 exemplos geométricos, 115-116, 119, 121  
 medida de ângulo, 59, 91  
 ferramenta Marcar um ângulo, 63, 92

**Animação, 68, 92**

com uma tabela, 65  
 de um número, 58  
 interface utilizador, 92  
 ferramenta Animação, 68

**Apontador, Ver Cursor.****Arco, 88**

funções trigonométricas, 60, 94  
 lugar do arco, 55

**ferramenta Arco, 54, 88**

exemplo de utilização, 122  
 generalidades, 54  
 interface utilizador, 88

**Área, 59, 90, 101**

área selecionada, 17  
 exemplos geométricos, 102-104

**ferramenta, 59, 90, 101**

exemplo de utilização, 101  
 ferramenta de medida, 59  
 interface utilizador, 90  
 polígonos/triângulos de área nula, 52-53

superfície visível, 17  
 teorema de Varignon, 42-43

**Arquivo**

arquivo de idioma, 81  
 arquivo de macro, 58, 120  
 arquivo de preferências, 77  
 arquivos exportados, *Ver Exportação de arquivo.*  
 Impressão de, 97  
 associação de bitmap, 74  
 menu Arquivo, 14, 83  
 preferências para os bitmaps, 79  
 Windows® Metafile (« meta-arquivo »), 97

**Atributos**

barra de utilizações, 14-15, 17, 84, 92, 95  
 descrição, 71-73  
 de objetos, 49-64  
 exemplos de utilização, 28-29, 31, 101, 103, 107, 110, 121

**B****Baricentro, 42****Barra dos menus, 14, 83****Barra de estado, 15****Barra de ferramentas, 86-92**

dos atributos, 71  
 descrição exaustiva, 86-92  
 interface utilizador, 14-1  
 personalizada, 80-81

**Bissetriz, 51, 89****Bitmap**

importação, 74  
 exportação, 79, 97

**Botão (Esconder/Mostrar), 92**

**C****Calculadora, 60, 91, 93-94**

exemplos de utilização, 32, 102  
 generalidades, 62, 93-94  
 interface utilizador, 91

**Círculo/circunferência**

área, 59, 90  
 com a ferramenta Distância ou Comprimento 59, 90  
 círculo invariante da inversão, 56  
 centro de círculo ao infinito, 78, 80  
 circunscrito, 32-33  
 dos nove pontos, 32-33  
 círculo e ferramenta Compasso, 89, 102, 109  
 equação, 63, 91  
 generalidades, 53, 78, 80  
 lugar de um círculo, 55, 103  
**ferramenta, 53, 78, 80, 88**  
 exemplos de utilização, 19-22, 32-33, 102, 120  
 generalidades, 53, 78, 80  
 interface utilizador, 88  
 transferência de medida sobre um círculo, 50, 89

**Coefficiente angular, 59, 91**

generalidades, 59  
 interface utilizador, 91  
 de uma tangente, 111

**Colinear**

exemplos geométricos, 36-37, 53-54, 103-104, 113

**ferramenta de verificação de propriedades, 61, 90**

exemplo de utilização, 30-31  
 generalidades, 61  
 interface utilizador, 90

**Compasso**

exemplos de utilização, 102, 109  
 ferramenta, 89

**Comprimento**

exemplo de utilização, 31-32  
 ferramenta Compasso, 89, 109  
 ferramenta Distância ou Comprimento, 59, 91  
 transferência de medida, 50  
 tolerância (preferências), 79  
*Ver também Distância.*

**Cônicas, 54**

equações, 63, 80, 91  
 lugares, 55  
 ferramenta, 54, 88

**Convexo**

ângulo, 63  
 exemplos geométricos, 115, 117  
 polígono, 53

**Coordenadas, 62-63**

exemplos de utilização, 72, 107-111  
 grade, 64  
 interface utilizador, 91  
 preferências, 80  
 ferramenta, 62-63

**Copiar, 97**

bitmap, 79  
 conteúdo de uma tabela, 65  
 generalidades, 97  
 a figura no texto, 69  
 atalho teclado, 84

**Cor**

utilizando barra de atributos de imediato, 74  
 de objetos, 50-55, 63-64, 78  
 exemplo de utilização, 122  
 função de visualização, 72  
 ferramenta Cor, 29, 71, 92  
 ferramenta Cor do texto, 73, 92  
 ferramenta Preencher, 72, 92

**Cortar, 84, 97**

conteúdo de uma tabela, 65  
 figura no texto, 69  
 generalidades, 97  
 atalho teclado, 84

**Cursor (diferentes cursores), 17****Curva**

inflexão, 111  
 tangente, 109  
*Ver também Lugar.*

**D****Deltóide, 104****Derivada, 111****Dinâmica**

construção dinâmica, 37  
elementos dinâmicos, 59, 62, 79

**Distância**

exemplos de utilização, 31-32  
ferramenta Distância ou Comprimento, 59, 91  
tolerância (preferências do sistema), 79  
*Ver também Comprimento.*

**E****Eixos, 64**

das equações ou das coordenadas, 63, 80  
da grade, 64  
de simetria, 56  
exemplos de utilização, 103  
gráfico de funções, 61, 62, 107-109, 111  
informação geral, 64  
interface utilizador, 93  
perpendicular aos eixos, 51, 88  
transferência de medidas sobre os eixos, 50, 89

**Elipse**

área, 59, 80  
com a ferramenta Distância ou Comprimento, 59, 80, 91  
equação, 80  
ferramenta de construção, 54

**Envelope**

exemplos de utilização, 104  
de lugares, 55, 78  
preferências, 55

**Equação**

exemplos de utilização, 104, 107-108  
interface utilizador, 91  
ferramenta, 62-63, 80  
preferências, 74, 84

**Equidistante, 61, 90**

ferramenta de verificação de propriedades, 61  
interface utilizador, 90

**Esconder / Mostrar, 58, 92, 110**

atributos, 15  
eixos, 64  
botão (Esconder / Mostrar), 92  
exemplos de utilização 110, 121  
ferramenta, 58, 92  
atalho teclado, 84

**Estilos**

barra de atributos, 15  
estilos por défaut/por falta, 78  
*Ver também atributos.*

**Espessura, 73, 92****Etiqueta**

etiquetar de imediato, 27  
**ferramenta, 49, 91**  
exemplo de utilização, 28  
generalidades, 49  
interface utilizador, 91

**Euclidiano**

plano, 49, 50, 54, 78  
transformações, 56

**Euler (reta), 27, 31****Excel, 65****Exportação de arquivo**

generalidades, 97  
interface utilizador, 89  
preferências, 79  
para às calculadoras Texas Instruments®, 83

**Expressão, 62, 91**

generalidades, 91  
**ferramenta, 60-61, 91**  
exemplos de utilização, 102, 107-108, 111  
generalidades, 60-61, 62, 91  
interface utilizador, 91  
**ferramenta Aplicar uma expressão, 60, 62, 91**  
exemplos de utilização, 108, 111

generalidades, 60, 62  
interface utilizador, 91

## F

**Fermat, 38**

**Fixo, 67, 89**

### Fonte

de objetos, 62-63, 73, 78  
preferências e opções, 79, 84

### Função

da calculadora, 60, 93-94  
exemplo de utilização, 111  
funções e expressões, 62  
generalidades, 107, 109-110

## G

### Girar

interface utilizador, 87

### Grade

exemplos de utilização, 102-103, 109  
ferramenta Grade, 64, 93

### Gráfico (representação gráfica)

exemplos de traçados, 109, 111  
traçado, 61, 62, 107

## H

**Hexágono, 115**

**Hipérbole, 54, 80**

**Hiperbólica, 59, 94**

**Homotetia, 56, 90**

interface utilizador, 90  
ferramenta de transformação, 56

## I

**Idioma, 81, 84**

### Imagem

bitmap, 74, *Ver também Bitmap*.  
tela das calculadoras Texas Instruments®, 74  
exemplos geométricos, 113-114  
transformações, 56, 90

### Imprimir, 97

PostScript, 97  
atalho teclado, 83  
sessão, 68, 85

### Infinito

com a calculadora, 60  
reta ao infinito, 50, 78, 80  
gestão ao infinito, 49, 59, 78-79  
infinito e Coordenadas ou Equações, 80  
coeficiente angular, 91

**Inflexão, 111**

**Intersecção, 50, 87**

com um círculo, 21  
exemplos de utilização, 22, 29-30, 42, 49, 101, 108-110  
exemplos geométricos, 42, 113, 120  
generalidades sobre os pontos de intersecção, 17, 50, 78, 87  
de retas inteligentes, 73

**Inversão, 56, 90**

calculadora, 60  
interface utilizador, 90  
ferramenta de transformação, 56-57

**Isoedral, 116**

## L

### Livre

*Ver Fixo.*

**Lugar, 54, 90, 78**

equação, 63, 80, 91  
exemplos de utilização, 102-104, 109

generalidades, 55, 89  
 lugar de círculos, 102  
 lugar de retas, 55, 78, 104  
 etiqueta, 91  
 ponto sobre um lugar, 49  
 preferências, 78, 85

## M

### Macro, 57-59

difinir macro, 57, 90  
 exemplos de utilização, 119-120, 122-123  
 objetos finais, 57, 90  
 objetos iniciais, 57, 90  
 ferramenta, 57-59  
 senha, 58, 123

### Manipulação dos objetos, 32, 87

de imagens e de texturas, 74  
 de marcas de ângulo, 63  
 de números, 32  
 de pontos, 49  
 exemplos de utilização, 20, 28, 36, 41, 107  
 generalidades, 32  
 interface utilizador, 87

### Marca de ângulo, 63, 92

### Mediatriz 51, 89

exemplos de utilização, 20, 36  
 generalidades, 51  
 interface utilizador, 89

### Mediana, 28-30, 37

### Medida

área, *Ver Área*.  
 ângulo, *Ver Ângulo*.  
 com a calculadora, 93  
 distância ou comprimento, *Ver Distância ou Comprimento*.  
 interface utilizador, 91  
**transferência de medida, 50, 89**  
 exemplo de utilização, 108  
 generalidades, 50  
 interface utilizador, 89  
 coeficiente angular.  
 preferências 79, 85

## Médio

### Ponto médio

exemplos de utilização, 19, 28, 41, 58, 114, 120  
 exemplos geométricos, 42  
 generalidades, 49  
 interface utilizador, 89

### Monoedral, 114, 116, 117

### Mostrar

*Ver Esconder.*

## N

### Nomear (Etiqueta)

#### ferramenta Etiqueta, 49, 91

exemplo de utilização, 28  
 generalidades, 49  
 interface utilizador, 92

### Número, 59, 91

exemplos de utilização, 56, 109, 116  
 generalidades, 59  
 interface utilizador, 91

## O

### Objeto

Esconder / Mostrar, *Ver Esconder.*

#### macro

objetos finais, 57, 90  
 objetos iniciais, 57, 90  
 Fixo / Livre, *Ver Fixo*.  
 redefinir um objeto, *Ver Redefinir um objeto.*

### Origem dos eixos

transportar, (transferência) 109  
 exemplo de utilização, 108  
 generalidades, 64, 92

**P****Paleta de cor, 29, 71-73, 92****Parábola, 54****Paralela**

exemplos geométricos, 43

**ferramenta Reta paralela, 50, 89**

exemplos de utilização, 108-110

generalidades, 50

interface utilizador, 89

**ferramenta de verificação de propriedade, 61, 90**

exemplos de utilização, 41

generalidades, 61

interface utilizador, 90

ponto de intersecção de retas paralelas , 78

**Paralelograma**

bitmap, 74

objeto geométrico, 36, 41-43, 114

**Parâmetros**

De impressão, 85

*Ver também Preferências.***Pavimentação, 113-123****Pedal (triângulo), 101-104****Penrose, 119, 123****Pertencente (ferramenta de verificação de propriedade), 61, 90**

generalidades, 61

interface utilizador, 90

**Perpendicular****ferramenta Reta perpendicular, 50, 89**

exemplos de utilização, 30-31, 101

generalidades, 50

interface utilizador, 90

**ferramenta de verificação de propriedade, 61, 90**

generalidades, 61

interface utilizador, 90

**Plano**

pavimentação do plano, 113-117

plano euclidiano, 49, 50, 54, 78

**Polígono**

área, 59, 91

atributos, *Ver Atributos.*

exemplos de utilização, 41,

113-115, 122

distância ou comprimento, 59, 91

generalidades, 52

interface utilizador, 87

polígono e transferência de medida, 50

polígono regular, 53, 88, 113

triângulo, *Ver Triângulo.***Polinomial, 107, 111****Ponto**Atributos, *Ver Atributos.***ao infinito**

centro de círculo, 80

reta ao infinito, 50, 78, 80

circunferência dos nove pontos, 32-33

de inflexão, 111

etiqueta, *Ver Etiqueta.*grade, *Ver Grade.*lugar, *Ver Lugar.*etiqueta, *Ver Etiqueta.***ferramenta Ponto, 49, 87**

exemplos de utilização, 29,

35, 42, 101 120

generalidades, 49

interface utilizador, 87

**ferramenta Ponto de intersecção, 49, 87**

exemplos de utilização, 18-19

generalidades, 49

interface utilizador, 87

**ferramenta Ponto médio,**

exemplos de utilização, 19,

28, 41, 58, 114, 120

exemplos geométricos, 42

generalidades, 49

interface utilizador, 88

**ferramenta Ponto sobre um objeto, 49, 87**

generalidades, 49

interface utilizador, 87

ponto de intersecção, 21-22, 29-30

ponto livre, 17, 44, 49, 67, 85

Ver também Fixo / Livre.  
redefinir um objeto, *Ver Redefinir um objeto*.  
segundo ponto criado de imediato, 50, 51, 88

### **Ponteiro (ferramenta)**

exemplos de utilização, 20, 28, 36, 41, 49, 107  
import de bitmap / modificar o fundo da janela, 74  
interface utilizador, 87  
modificar uma marca de ângulo, 63  
modificar um número, 32

### **Pontilhado, 73, 92**

### **PostScript, 97**

### **Preferências, 71, 77, 84**

### **Propriedades, 61, 90**

pertencente, *Ver Pertencente*.  
colineares, *Ver Colineares*.  
equidistante, *Ver Equidistante*  
de uma função, 107  
paralela, *Ver Paralela*.  
perpendicular, *Ver Perpendicular*.

## **Q**

### **Quadrilátero**

exemplos, 36, 114-115, 122  
enchimento por uma imagem, 53  
Varignon, 41-43

### **Quadrado**

construção, 18-22  
função matemática, 56, 94, 102  
macro construção, 57  
objeto geométrico, 44, 117

## **R**

### **Rastro, 67, 92, 102**

exemplo de utilização, 102  
generalidades, 67  
interface utilizador, 92

### **Redefinir um objeto**

exemplos de utilização, 103  
generalidades, 67  
interface utilizador, 88

### **Registrar**

generalidades, 14  
registrar os parâmetros de animação, 68  
registrar as preferências, 77  
registrar uma barra de ferramentas personalizadas, 81  
registrar um macro, 57-58, 120  
atalho teclado, 83

### **Regulações**

modificar as regulações, 84  
regulações de origem, 77  
*Ver também Preferências*.

### **Reta**

ao infinito, 50, 78, 80  
atributos, 51, 92  
reta de Euler, 27, 31  
reta de Simson, 104  
reta e tabela, 65, 91  
equação, 80, 91  
interface utilizador, 86, 88  
lugar de retas, 55, 78, 104

### **ferramenta Reta, 50, 87**

exemplos de utilização, 28-29, 101, 110, 120  
generalidades, 50  
interface utilizador, 87

### **ferramenta Bissetriz, 51, 89**

exemplos de utilização, 20, 36  
generalidades, 51  
interface utilizador, 89

### **ferramenta Reta paralela, 50, 88**

exemplos de utilização, 108-110  
generalidades, 50  
interface utilizador, 88

### **ferramenta Reta perpendicular, 50, 88**

exemplos de utilização, 30-31, 101  
generalidades, 50

interface utilizador, 88  
 coeficiente angular, 59, 91  
 transformação afim de reta, 51

## Retângulo

exemplos geométricos, 43-44  
 de seleção, 79, 97

## Rotação, 56, 90

exemplo de utilização, 116  
 exemplos geométricos, 104,  
 113-115, 117, 119  
 interface utilizador, 90  
 ferramenta, 56

## S

### Salvar

*Ver Registrar.*

### Segmento

compasso, *Ver Compasso.*  
 comprimento, *Ver Distância ou Comprimento.*  
 lugar, *Ver Lugar.*

### ferramenta Segmento, 51, 87

exemplos de utilização, 18-  
 19, 42, 122  
 generalidades, 51  
 interface utilizador, 87

### Seleção

ambigüidades de uma seleção, 17, 29  
 copiar / colar / cortar, 84  
 ordem de seleção para as  
 macros, 58-59, 122  
 retângulo, 79, 97  
 seleção de uma ferramenta, 18

### Semi-reta, 51, 87

atributos, *ver Propriedades.*  
 generalidades, 51  
 interface utilizador, 87  
 lugar, 55  
 coeficiente angular, 56, 91  
 transferência de medida, 50  
 transformações, 56  
 verificação de propriedade, 61

### Senha, 58, 81, 123

para a barra de ferramentas  
 personalizadas, 81  
 para as macros, 123

### Sessão

registro, 68  
 atalho teclado, 85

### Significativos (algarismos), 74

### Símbolos

*Ver Expressão.*  
*Ver também Marca de ângulo.*  
*Ver também Número.*  
*Ver também Etiqueta.*  
*Ver também Texto.*

### Simetria axial, 56, 89

generalidades, 56  
 interface utilizador, 89

### Simetria central, 56, 89

exemplos de utilização, 114, 120-121  
 grupo de simetrias de pavi-  
 mentação, 113, 123  
 interface utilizador, 89  
 ferramenta, 56

### Simson, 104

### Steiner, 104

## T

### Tabela, 65, 91

transferência para Microsoft®  
 Excel, 65  
 ferramenta, 65, 91

### Tangente

envelope, 78  
 função matemática, 94  
 construção, 109-111

### Texas Instruments®, 3, 83

**Texto**

visualização da equação algébrica, 63  
 expressão, *Ver Expressão*.  
 figura em texto, 69.  
 língua, 81  
 número, *Ver Número*.  
 etiqueta, *Ver Etiqueta*.  
 ferramenta Cor do texto, 73, 92  
 ferramenta Texto, 62, 91  
 estilos por default/por falta, 78

**Transformação, 56, 89**

exemplos de utilização, 114-115, 120  
 exemplos geométricos, 36, 114-115, 120  
 de objetos, 51, 52 ,53 ,54 ,56  
 interface utilizador, 89  
 ferramentas, 56

**Translação, 56, 89**

exemplos de utilização, 114  
 exemplos geométricos, 113, 115-117  
 interface utilizador, 89  
 ferramenta, 56

**Triângulo**

fixar um bitmap, 74  
 circunferência circunscrita, 32-33  
 circunferência dos nove pontos 32-33  
 reta de Euler, 27, 31  
 exemplos geométricos, 27, 30-32, 36-38, 101-104  
 alturas, 30, 32

**ferramenta Triângulo, 52, 87**

exemplos de utilização, 101, 113  
 generalidades, 27, 52  
 interface utilizador, 87  
 triângulos pedais, 101-104  
 pavimentação, 113-114

**Trigonometria (funções), 60, 94****U****Unidades, 79, 84**

com a calculadora, 60  
 de superfície, 91  
 preferências, 79, 84

atalho teclado, 85  
 sobre os eixos, 64

**V****Varignon, 41-43****Vértice**

Dos ângulos, 43, 51, 63, 89-92  
 do polígono, 22, 53  
 do triângulo, 27  
 vértices e pavimentação, 113, 123

**Vetor, 52**

exemplos geométricos, 36-37, 113-114  
 interface utilizador, 87  
 formato vetorial, 79, 97  
 lugar, 55, 78, 89

**ferramenta Soma Vetores, 52, 89**

generalidades, 35, 52  
 interface utilizador, 89

**ferramenta Vetor, 52, 87**

exemplo de utilização, 113  
 generalidades, 35, 52  
 transferência de medida, 50, 89  
 transformações, 59, 90

**Virgula, 79****W****Wallace, 104**